

「宇宙測地学」(地球惑星計測学) 期末試験問題(2011.2.4)

*解答用紙には見やすく丁寧に書くこと。

1. 関数 $f(x,y) = e^x \sin y$ が調和関数か、そうではないかを調べよ。計算の途中経過も記すこと。 e は自然対数の底(2.718...)である。
2. 球面状に分布する関数は球面調和関数で展開し表現できる。地球(惑星)重力場についても同様で、その展開係数 C_{nm}, S_{nm} は特に(ア)と呼ばれる。

(1). (ア)に当てはまる用語を記せ。

(2). C_{10}, C_{11}, S_{11} を計算し、それぞれの物理的意味を簡潔に説明せよ。ただし、

$$C_{nm}, S_{nm} \text{ は右のように定義 } \begin{cases} C_{nm} \\ S_{nm} \end{cases} = \frac{2 - \delta_{0m}}{MR^n} \frac{(n-m)!}{(n+m)!} \iiint (r')^n P_{nm}(\sin \phi') \begin{cases} \cos m\lambda' \\ \sin m\lambda' \end{cases} dM$$

は地球の全質量、平均半径、質量要素で、 ϕ と λ は緯度と経度、 $P_{nm}(\sin \phi)$ のうち $P_{10}(\sin \phi) = \sin \phi$, $P_{11}(\sin \phi) = \cos \phi$ であることを利用せよ。 δ_{0m} は $m=0$ の時 1, それ以外のときは 0 であることを示す: クロネッカー記号。 $0! = 1$ である。

(3). 重力場モデルとは、 C_{nm}, S_{nm} の数値の表(テーブル)である。2002年に打ち上げられた GRACE 衛星によって、重力場モデルが毎月一回更新できるようになった。GRACE 衛星から重力場を求める原理を (GRACE での基本的な観測に言及して) 30 字程度で述べよ。

(4). GRACE が重力場の時間変化が観測できることで得られた地球科学的に重要な知見を二つ挙げよ。

3. GPS 衛星とそれを用いた位置計測に関して以下の問に答えよ。

(1). GPS 衛星のおよそ高度は、200 km, 2000 km, 20000 km のいずれか?

(2). GPS 衛星を現在構成しているのは、10 機, 20 機, 30 機のいずれか?

(3). 全ての GPS 衛星は(ア)あるいは(イ)の原子時計を搭載し、それらの時刻は正確に同期している。(ア)および(イ)の元素記号(或は名前)を答えよ。

(4). 各 GPS 衛星は、受信機に向けて、各衛星の軌道と正確な時刻情報を同じ周波数のマイクロ波を使って送信している。それでも受信機側で混信することはないのは何故か、30 字程度で説明せよ。

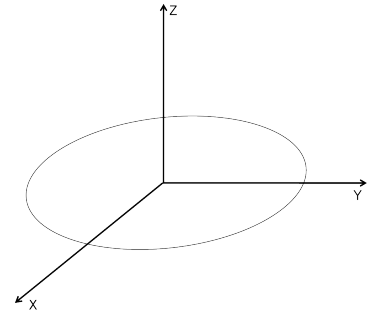
(5). GPS 測位によって地上の未知の三次元座標(x,y,z)を求めるためには、最低でも(3 機ではなく)4 機の GPS 衛星からの電波を受信する必要があるのは何故か、30 字程度で説明せよ。

4. 下の式は極運動 $m(t)$ の運動方程式である。この解を求めよ。ただし $f(t)$ は時刻 t での外力で、時刻 t の関数である。ここで σ は一定の固有周波数、 i は虚数単位である。初期条件としては $t=0$ のとき $m(0)=m_0$ とせよ。

$$\frac{i}{\sigma} \frac{dm}{dt} + m = f(t)$$

5. 地図における緯度と経度の決定にとって基本となる地球楕円体は、日本では 2002 年にそれ以前の Bessel 楕円体から GRS80(Geodetic Reference System1980) という新しい楕円体に移行した. Bessel 楕円体と GRS80 には定量的には幾つもの相違があるが、最も本質的に重要な違いは何かを簡潔に述べよ.

6. 人工衛星の軌道はケプラー要素で表現される. 昇交点経度 30 度, 軌道傾斜角 80 度の人工衛星の軌道と近地点引数 45 度の位置を図示せよ. ただし離心率は 0, 右図の X 軸方向を春分点方向とする. 解答には, 右図の XYZ 軸と円(赤道面)を解答用紙に写し, 上の 3 つの角度も書き加えること.



7. 超長基線電波干渉法による地球計測について、以下の問に答えよ.

(1).この技術のアルファベットによる略称を記せ.

(2).この技術の基本的な観測量に言及して、それから何が分かるかを 30 字程度で述べよ.

(3).この技術による主要な地球科学的成果を 20 字程度で簡潔に述べよ.

8. 地表から人工衛星に向けてレーザーを照射して、その往復時間を観測量とする宇宙測地技術について、以下の問に答えよ.

(1).何という技術か? アルファベットの略称と日本語訳を記せ.

(2).この技術の最大の弱点を 10 字程度で述べよ.

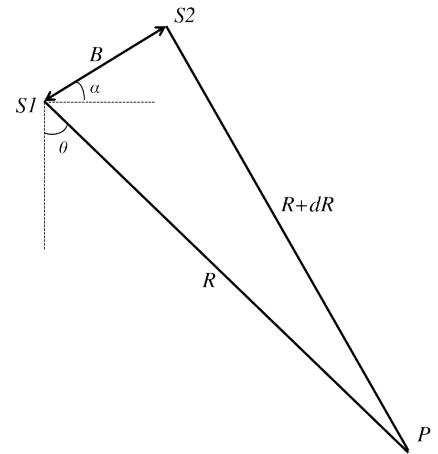
9. 最近の新燃岳の噴火活動における溶岩ドーム(溶岩湖)形成は、日本の人工衛星 ALOS(「だいち」)に搭載された合成開口レーダー(SAR)の画像データから検出された. これに関して以下の問に答えよ.

(1). SAR の正式名称を英語で記せ.

(2). SAR で照射されているマイクロ波のパルスは、具体的にはどのようなものを説明せよ. 必要ならば数式や図を用いてもよい.

(裏面へつづく)

10. 右図は干渉合成開口レーダー技術で地表点 P を観測する時の断面図である．二カ所からの合成開口レーダー観測(図の $S1$ と $S2$)の結果を用いて，同じ地表対象物 P までの距離(R と $R+dR$)の差 dR が，干渉合成開口レーダーから得られる．この距離の差 dR を，図の $S1$ と $S2$ の空間距離 B と図中の二つの角度 θ と α を用いて表せ．

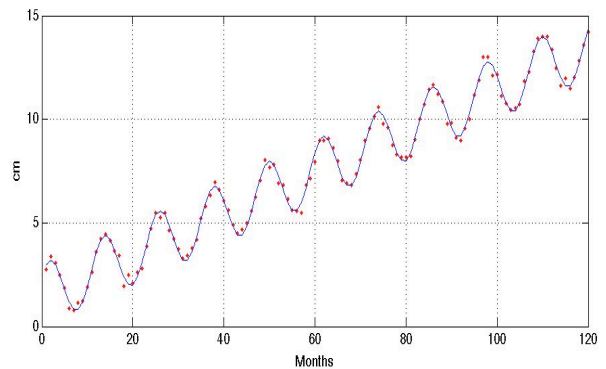


ただし R は B, dR に比べて十分大きいとし，二本の点線は直交している．(ヒント：余弦定理を使う)

11. ある観測量を 12 年間にわたって月に一回測定し続けて得られたデータを下図中に点で示す．データを見ると，12 ヶ月(1 年)の周期で変化しつつ，経年的には増加し続けていることが分かるので，この観測量を説明するように独立変数を時刻 t とし，従属変数を y とするモデル：

$$y = a + bt + c \sin(2\pi t/12) + d \cos(2\pi t/12)$$

を仮定し，4 つのパラメータ (a, b, c, d) を推定したい：結果を実線で示した．時刻 t とそのときの観測量 y の 120 組のデータ $(t_1, y_1), (t_2, y_2), \dots, (t_{120}, y_{120})$ から (a, b, c, d) の値を最小二乗法で求めればよい．



(1). 観測量 $y_i (i=1 \dots 120)$ を 120

行 1 列の列ベクトル \mathbf{d} とし，推定したい 4 つのパラメータ (a, b, c, d) を 4 行 1 列の列ベクトル \mathbf{m} とする．このとき $\mathbf{d} = \mathbf{Gm}$ となるような行列 \mathbf{G} の要素が具体的にどうなるか記せ．ただし全ての要素を記す必要はない．

(2). 現実の観測量は誤差を含むため上記のモデルでは表現しきれない残差が残る．全ての観測量のそれぞれへの残差をまとめて \mathbf{e} とすると， $\mathbf{e} = \mathbf{d} - \mathbf{Gm}$ となる．残差の二乗和を $\mathbf{d}, \mathbf{G}, \mathbf{m}$ を用いて表せ．

(3). 最小二乗法とは(2)で得た式が極値を持つように \mathbf{m} を求めることである．この原理に基づいて得られる \mathbf{m} の表現を導き， \mathbf{d}, \mathbf{G} を用いて表せ．

(4). (1)と(3)の結果に基づいて，(a, b, c, d)の値を導くための式を記せ．ただし，逆行列の各要素までは求める必要はない．

12. “発展問題” マイクロ波を用いた宇宙測地技術では、電離層と対流圏をマイクロ波が伝搬する際に生ずる効果を見捨てることは出来ない。物理的には屈折率 n が真空の値 ($n=1$) と異なるため、特に電離層における位相伝搬速度 v_p に対する屈折率は $n_p = 1 - \frac{k \cdot N_e}{f^2}$ で与えられる。ここで n は真空中の光速を v_p で割ったものと定義し、 f はマイクロ波の周波数、 N_e は自由電子の数密度 (単位体積あたりの電子数)、 k は正の定数である。この式から電離層の効果の補正方法について考えよう。

- (1) 真空中と比べた見かけの伝搬距離の変化は $\Delta S = \int_S (n_p - 1) ds$ と表せることから (S は積分経路全体の距離で、 ds は経路上の微小な距離要素)、 ΔS はマイクロ波の周波数の二乗に (ア) し、積分経路に沿った 単位面積当たり の (イ) に (ウ) することがわかる。空欄(ア)～(ウ)に当てはまる語句を記せ。
- (2) 一つの周波数で実際に観測される伝搬距離 S_{obs} は $S_{obs} = S_{true} + \Delta S$ であり、 ΔS そのものではない。しかし異なる二つの周波数で観測すれば、真の伝搬距離 S_{true} が推定できることを、(1)の結果に則して式を用いて説明せよ。