

「宇宙測地学」(地球惑星計測学) 期末試験問題(2012.2.3)

*解答用紙には見やすく丁寧に書くこと

1. 長半径を a , 短半径を b とする楕円の面積を求める式を書け.
2. 図1のような xyz 座標系を z 軸のまわりに反時計回りに角度 γ (radian) 回転させて, 新たな座標系 $x'y'z'$ 座標系($z=z'$)を作る. (1)もとの xyz 座標系で見たときのある点 P の位置ベクトルと新たな $x'y'z'$ 座標系で見たときの同じ点の位置ベクトルを結びつける回転行列を記せ. (2)前問の行列の逆行列が転置行列と等しいことを示せ.

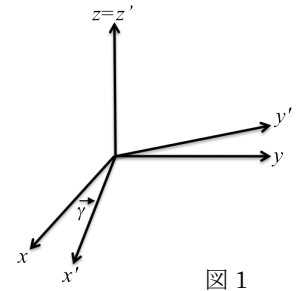


図1

3. 宇宙測地技術によって得られる地心直交座標系における座標 (x,y,z) と従来から用いられてきた緯度 ϕ と経度 λ は右の式で結びつけられる. ただし a と b はそれぞれ回転楕円体の長半径と短半径である. 以下の問いに答えよ. (1) N を何とよぶか. (2) h を何とよぶか. (3) $h=0$ のとき (x,y,z) が回転楕円体そのものを示すことを利用して, N の表式を導け.

$$\begin{cases} x = (N + h) \cos \phi \cos \lambda \\ y = (N + h) \cos \phi \sin \lambda \\ z = (b^2/a^2) N \sin \phi \end{cases}$$

4. 図2のように z 軸まわりに軸対称な回転楕円体の運動を, この楕円体に張り付けた角速度ベクトル $\vec{\omega}$ で回転する座標系で考える. ただし回転楕円体は剛体とし, 慣性モーメント I , 角速度ベクトル $\vec{\omega}$, トルク(力のモーメント) \vec{L} は右式で与えられるとする ($C > A$ とする).

$$I = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}, \vec{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_1 \\ \omega_2 \\ \omega_3 \end{pmatrix}, \vec{L} = \begin{pmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{pmatrix}$$

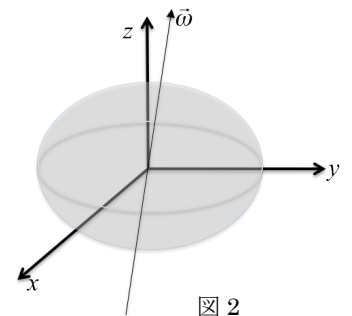


図2

この回転座標系での角運動量

$\vec{H} = I\vec{\omega}$ の保存側は $\frac{d\vec{H}}{dt} + \vec{\omega} \times \vec{H} = \vec{L}$ である. 以下の問いに答えよ. (1) この角運動量

保存側の式を三成分に分けて記せ. (2) 角速度ベクトルがほぼ z 軸方向を向き, 回転運動の揺らぎが小さいことを考慮して, 1 に比べて十分に小さい量 $m_i (i = 1, 2, 3)$ を用いて $\vec{\omega} = \Omega(m_1, m_2, 1 + m_3)'$ と表す. ただし 「'」 は転置を示す. $m_i (i = 1, 2, 3)$ のそれぞれは, 実際のどのような地球回転変動現象に対応するか, 説明せよ. (3) 問(1)の結果を $m_i (i = 1, 2, 3)$ の一次まで残して書き直して, 得られる固有振動(運動)について説明せよ.

5. 月や太陽からの起潮力に対する地球上での潮位変化について考える. 潮汐の時間スケールは, 半日周, 日周, 二週間といった①長周期であるため, 地球や海水の潮汐応答を調べるときには, (地球や海水の) 運動方程式における (ア) 項を無視した静的変形の近似が成り立つ. 潮汐ポテンシャルを U , 地球が剛体だとすると, 潮位変化は潮汐ポテンシャル U と重力加速度 g を用いて (イ) と表せる. 弾性地球の場合に

は、地表面が②動径方向には u_r 変形するとともに③地球内部での質量分布にも変化が生ずることを考慮する：水平方向の変形は小さいとする。静的変形を定量化するために④無次元の数 h, k, l が用いられる。以下の問いに答えよ。(1)下線部①の“長周期”とは潮汐の時間スケールが、何のどの程度の時間スケールに対して“長い”ことを述べているか述べよ。(2)空欄アにあてはまる語句を記せ。(3)空欄イを記せ。

(4)下線部②の u_r を下線部④のいずれかと U と g を用いて記せ。(5)下線部③に伴う潮汐ポテンシャル U の変化分を下線部④のいずれかを用いて記せ。(6)問(3)から問(5)に基づいて、験潮場(検潮所)で観測される潮位変化を U, g と下線部④の無次元数(のいずれか)を用いて表せ。(7)志田数について説明せよ。

6. 地球(質量は M とする)を周回する人工衛星が「地球同期衛星」であるとは、衛星が軌道を一周するのに要する時間(交点周期)が(ア)地球の自転周期と等しい場合のことをいう。地球を質量 M の質点と見なしてケプラーの第3法則 $n^2 a^3 = GM$ (G は万有引力定数, 平均運動 $n=2\pi/\text{交点周期}$)に基づいて, a を求めると $a=42165\text{km}$ が得られる。以下の問いに答えよ。(1)下線部アを出来るだけ正確に答えよ。(2)離心率が0で, 軌道傾斜角も0の地球同期衛星を特に何衛星とよぶか。(3)前問(2)の衛星はどのような用途に用いられているか。(4)離心率0だが, 軌道傾斜角が0ではない地球同期衛星は, 衛星の地球上直下点への軌跡が8の字を描くことから8の字衛星とよばれる。問題(2)の衛星軌道と比べたときのメリットを説明せよ。(5)最近日本が打ち上げた「みちびき」は離心率も軌道傾斜角も0ではない地球同期軌道である。このような軌道にしたメリットを説明せよ。

7. 図3のように10年分の全球平均海水位データ $(t_1, s_1), \dots, (t_{10}, s_{10})$ が得られているとき, この間の年平均海水位変化率を求めたい。いま s が t の一次関数 $s = at + b$ であると仮定して, 年平均海水位変化率 a および b の値を10年分の全球平均海水位データの組から求める式を導け。

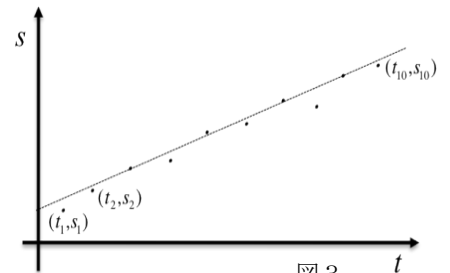


図3

8. 図4は宇宙測地技術で得られたプレート運動速度(縦軸)と主に古地磁気学の手法でプレート運動(横軸)を比較した図である。この図が持つ地球科学的な意義について40字程度で述べよ。

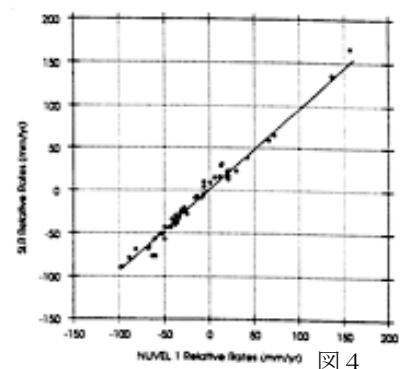


図4

9. マイクロ波を用いた宇宙測地技術による観測量には真空ではない電離層, 対流圏を通過することに伴う見かけの変位が生ずる。これに関して以下の問いに答えよ。(1)見かけの変位はマイクロ波の伝搬経路に沿った(ア)が1ではないことによって生ずる。(ア)にあてはまる語句を記せ。(2)精密な地殻変動測定には電離層遅延補正と

対流圏遅延補正の双方が不可欠であるが、技術的により困難なのはどちらか。またその理由を 20 字程度で説明せよ。

10. GRACE 衛星によって、地球重力場の球面調和関数展開の係数が毎月一回更新されるようになり、300-500km 程度の空間スケールで一ヶ月程度の間で地球システム内で起こる(ア)質量分布変化が分かるようになった。以下の問いに答えよ。(1)下線部の質量分布変化として検出された(質的に異なる)現象の事例を二つ挙げよ。(2)GRACE の空間解像度をさらに高めるためには現状の GRACE をどう改良すれば良いか。改良点を二通り考えて記せ。

11. GPS 衛星を用いた測位に関する以下の文中の空欄を埋めよ。

GPS 衛星は現在約 (ア) 機が運用中で、高度約 (イ) km を飛行している。すべての衛星が同一周波数のマイクロ波を搬送波に用いているが、各衛星それぞれが固有の(ウ)と呼ばれる測位コードで識別されるので混信することはない。カーナビ等の単独測位ではこのコードが利用されていて、測位精度はおよそ (エ) m 程度である。プレート運動や微小な地殻変動を測定するためには、コードではなく搬送波の位相を利用した相対測位(干渉測位)が用いられる。GPS 衛星と地上受信機間の距離を「搬送波の波長の(オ)倍+1波長分に満たない長さ」で測ることになるので、(オ)の値が分かれば、測位精度は搬送波の波長およそ(カ)cmの数分の一以下となるため高精度測位が可能になる。

12. 干渉合成開口レーダー(Interferometric SAR/InSAR)で現れる干渉縞はヤングの干渉縞の生成原理と同じであり、ヤングの実験での二つのスリットは SAR の二つの衛星軌道(S1 と S2)に対応している(図 5)。InSAR の基本的な観測量は二つの衛星軌道から得られる位相データの差である。図 5 の S1 と S2 での SAR の撮像が二つの異なる時期に行われる場合について、以下の問いに答えよ。

(1)InSAR データの位相(差)の式は dR に比例するが、これを図 5 中の空間距離 B と図中の二つの角度 θ と α を用いて表せ。ただし R は B , dR に比べて十分大きいとし、二本の点線は直交している。(ヒント:余弦定理を使う)。

(2) S1 と S2 における SAR 画像の取得が二つのアンテナを用いて同時に行われたことがある(スペースシャトルによる観測)。なぜ、単一アンテナによる二つの異なる時期の観測を使わずに、このような観測を行ったのか、そのメリットが分かるように説明せよ。

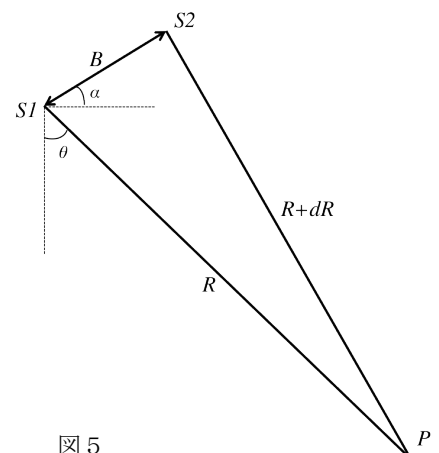


図 5