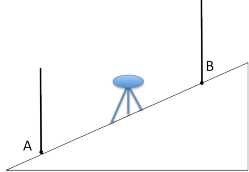


「宇宙測地学」(地球惑星計測学) 中間試験問題(2011.12.16)

*解答用紙には見やすく丁寧に書くこと

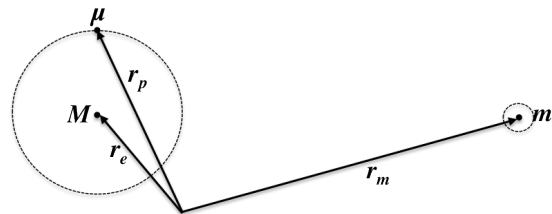
- 赤道半径を a , 極半径を b とする回転楕円体の式を書け. ただし赤道面内に xy 軸, この面に直交する方向を z 軸とする.
- 地球(惑星)重力場を球面調和関数で展開したときの展開係数 C_{nm}, S_{nm} は式(1)のように定義される.

$$\begin{cases} C_{nm} \\ S_{nm} \end{cases} = \frac{2 - \delta_{0m} (n-m)!}{MR^n (n+m)!} \iiint (r')^n P_{nm}(\sin \phi') \begin{cases} \cos m\lambda' \\ \sin m\lambda' \end{cases} dM \quad (1)$$
 ここで M, R, dM は地球の全質量, 平均半径, 質量要素で, ϕ と λ は緯度と経度, $P_{nm}(\sin \phi)$ のうち $P_{10}(\sin \phi) = \sin \phi$, $P_{11}(\sin \phi) = \cos \phi$ である. また δ_{0m} は $m=0$ の時 1, それ以外のときは 0 であることを示すクロネッカー記号で, $0! = 1$ とする. (a) C_{10}, C_{11}, S_{11} を計算し, それぞれの意味を簡潔に説明せよ. (b) 次数 $n=2$ の球面調和関数は球面上のどのような空間パターンを表現するか. $m=0, 1, 2$ の 3 つの場合について図示せよ.
- 水準測量では右図のように A 地点と B 地点に標尺を立て, その間に水準儀を置いて, A 地点と B 地点の高さの差 (比高) を測定する. これに関連して以下の問いに答えよ. (a) 標高の決定には, 水準測量だけではなく, 重力測定も必要である. その理由を 50 字程度で説明せよ. (b) 標高とは異なる高さに「楕円体高」がある. 「楕円体高」と「標高」の違いを述べよ.
 
- 子午線と卯酉線の違いを, 中緯度の地上点を想定して図示せよ.
- 一秒の長さは, かつては地球の自転に基づいて決められていたが, 自転の測定精度が高まるにつれて, 一秒の長さが変わってしまうことが分かってきた. そこで 1967 年にある原子(1)の特定の放射周期の定数倍と定義され, 永久に不変な長さとなっている. 以下の問いに答えよ. (a) 下線部(1)の元素名を書け. (b) 地球の自転は恒星の見かけの日周運動を通じて観測されるが, こうして決められたグリニッジ子午線での恒星時を特に何と呼ぶか. 日本語と英語の双方で答えよ. (c) 太陽の見かけの日周運動できまる一日 (太陽日) と太陽を除く恒星の見かけの日周運動できまる一日 (恒星日) は, どちらがどのくらい異なるか.
- 座標系について以下の問いに答えよ. (a) 慣性座標系の原点はどこで定義されているか? (b) 慣性座標系は現在 608 個の電波星の位置を天球上に与えることで実装されている. それらの位置は, (ア) の方向から天の赤道に沿って東回りに測った角度 (イ) と天の赤道から見上げる角 (ウ) によって指定される. (ア)(イ)(ウ) に当てはまる語句を記せ. (c) 地球上のある点 P (緯度 ϕ , 経度 λ) の位置を慣性座標系で表現せよ. ただし, 地球の半径を R , グリニッジ恒星時を θ とすること.

7. 海洋潮汐が「月から海水への引力」と「月から地球重心への引力」の和で起こされることを導く。地球は質量 M の質点、海水は質量 μ の質点、月は質量 m の質点とし、各点の慣性系での位置ベクトルをそれぞれ $\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_p, \mathbf{r}_m$ とし、万有引力定数を G とする。

(a)海水の運動方程式を記せ。(b)地球の運動方程式を記せ。ただし海水が地球へ及ぼす万有引力は無視すること。(c)前の二問の結果に基づいて、地球重心に対する海水の運動方程式を求めよ。ただし地球重心に対する海水の位置ベクトルを

$\mathbf{r} = \mathbf{r}_p - \mathbf{r}_e$ 、地球重心に対する月の位置ベクトルを $\mathbf{R} = \mathbf{r}_m - \mathbf{r}_e$ とすること。(d)前問の結果の外力の項のそれぞれの意味を簡潔に記せ。



8. 地球上の二点 P, Q 間の地表面に沿った最短距離を求めるためには、地球の中心 O から二点 P, Q へ伸びる OP と OQ のなす角度 ϕ を知る必要がある。P 点(Q 点)の緯度を $\phi(\phi')$ 、経度を $\lambda(\lambda')$ としたとき、角度 ϕ を求める式を導出せよ。

9. 地球を周回する人工衛星の運動は、地球も人工衛星も質点と近似できて、摂動が効かなければケプラーの法則に従う。現実には働く摂動のうちで最も大きな効果は地球の J_2 摂動である。慣性空間に固定された座標系に対する衛星軌道は、軌道 6 要素 (ケプラー要素) を用いて記述することができて、その時間変化は下の 6 つの式に従う。

ただし、 R_e は地球の半径、 n は「平均運動」(ケプラー第 3 法則から求まる平均公転角速度) である。以下の問いに答えよ。(a) J_2 を

$$\frac{da}{dt} = 0, \frac{de}{dt} = 0, \frac{di}{dt} = 0$$

問題 1 の展開係数の一つで表現せよ。(b)4 つの軌道要素 a, e, i, Ω をそれぞれ何と呼ぶか? (c) 慣性空間に固定された xyz 座標系を、人工衛星の軌道面内の近地点の方向に x 軸を持つような座標系に変換するためには回転行列を三回使えばよい。軌道要素を用いて必要な三つの回転行列を順番に記せ。

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{3nJ_2R_e^2}{4(1-e^2)^2a^2}(1-5\cos^2 i),$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3nJ_2R_e^2}{2(1-e^2)^2a^2}\cos i,$$

$$\frac{dM}{dt} = n + \frac{3nJ_2R_e^2}{4(1-e^2)^{1.5}a^2}(3\cos^2 i - 1).$$

10. 前問に関連して、人工衛星の Ω の時間変化を詳細に追跡することによって J_2 の推定が可能である。さらに SLR(1) のデータからは J_2 の時間変化も得られており、1970 年代の観測開始から 1990 年代中頃まで減少(2)していることが分かっている。(a)下線部(1)の SLR はある宇宙測地技術の名称である。省略せずに英語で記せ。(b)SLR とは何をどう測定する技術かを 30 字程度で説明せよ。(c)下線部(2)の J_2 の減少は、地球がどうなっていることを意味するかを説明せよ。