

「宇宙測地学」 期末試験問題(2013.2.7)

*解答用紙に何番の解答かを示せば、解答順序は問わない。

1. 球座標系でのラプラス方程式を変数分離すると、経度 λ 方向の関数 Λ については次の

微分方程式 $\frac{d^2\Lambda}{d\lambda^2} + m^2\Lambda = 0$ が現れる。この一般解を示せ。ただし m は定数とする。

2. N 個からなる観測データベクトル \mathbf{d} が得られたとき、それらをモデル $\mathbf{G}(\mathbf{m})$ で説明することを考える。ただし、 $\mathbf{G}(\mathbf{m})$ は M 個からなるパラメータベクトル \mathbf{m} に基づいて計算される N 個のデータベクトルを表し、ここでは $N > M$ の場合を考える。問 1：データベクトルの計算値 $\mathbf{G}(\mathbf{m})$ が \mathbf{m} に線形に依存する場合、すなわち $\mathbf{G}(\mathbf{m}) = \mathbf{G}\mathbf{m}$ と表せるとき、行列 \mathbf{G} は何行何列の行列か。問 2：前問で残差ベクトル $\mathbf{d} - \mathbf{G}\mathbf{m}$ の二乗和を $\mathbf{d}, \mathbf{G}, \mathbf{m}$ およびそれらの転置行列を用いて表せ。問 3：計算値 $\mathbf{G}(\mathbf{m})$ の \mathbf{m} への依存性は一般には非線形である。この場合に \mathbf{m} を求めるにはどうするか、式を用いて説明せよ。

3. 種々の宇宙測地技術の基本的な観測量は、電磁波の送信源から受信源(或は反射源)までの到達時間(或は往復時間やその変化率)である。送信源と受信源の組み合わせには、(a)星(準星)と地表、(b)人工衛星と地表(或は地表と人工衛星)、(c)人工衛星と人工衛星の三通りがある。以下の問いに答えよ。

(i) 下線部(a)は何という技術を指しているか? アルファベットによる略称と日本語訳を記せ。また、この技術が下線部(b)や(c)の技術が依拠する座標系と大きく異なる点を簡潔に述べよ(10-20字程度)。

(ii) 下線部(b)の技術で、特に地表から人工衛星に向けてレーザーを照射する技術を何というか? アルファベットの略称と日本語訳を記せ。また、この技術を利用するために1986年に日本が打ち上げた人工衛星の愛称を記せ。

(iii) 下線部(c)の技術は、これまでに地球の GRACE、月の GRAIL という衛星重力ミッションで用いられている。GRACE と GRAIL の両ミッションでの基本的観測量とそれに基づく重力場の測定原理を30-50字程度で説明せよ。

(iv) GRAIL と比べて GRACE で得られる地球重力場の空間分解能は低い。その理由とさらに高い空間分解能を達成するためにはどうすべきかを50字程度で述べよ。

(v) 下線部(a)と(b)の技術で精密測位を行う場合、電離層と対流圏をマイクロ波が伝搬する際に生ずる効果を見捨てる事が出来ない。具体的には屈折率 n が真空の値と異なるため、特に電離層における位相伝搬速度 v_p に対する屈折率は

$n_p = 1 - \frac{C \cdot N_e}{f^2}$ で与えられる．ここで f はマイクロ波の周波数， N_e は自由電子の数密度， C は正の定数である．真空中と比べた電離層での見かけの伝搬距離変化は $\Delta S = \int (n_p - 1) ds$ と表せるので (ds は経路上の微小な距離要素)， ΔS はマイクロ波の周波数の二乗に (ア) し，積分経路に沿った (イ) 当たりの (ウ) に (エ) することがわかる．また同じマイクロ波でも L バンドと X バンドでは，(オ) バンドの方が大きく電離層の影響を受ける．空欄(ア)から(オ)を埋めよ．

(vi) 対流圏での屈折率 n は気圧 P (hPa), 水蒸気分圧 e (hPa), 気温 T (K) を用いた以下の

経験式で計算できる: $N_T \equiv (n - 1) \times 10^6 = 77.6 \frac{P}{T} - 5.6 \frac{e}{T} + 3.73 \times 10^5 \frac{e}{T^2}$. 精密測

位のためには対流圏での電波伝搬補正も必要だが，電離層遅延補正と比較した場合の難しさを 40 字程度で説明せよ．

4. 地球を周回する人工衛星の運動は，地球も人工衛星も質点と近似できればケプラーの法則に従うが，現実には様々な摂動が働く．慣性空間に固定された座標系に対する衛星軌道は，軌道 6 要素 (ケプラー要素) を用いて記述することができて，最も大きな摂動である J_2 摂動を考慮すると，軌道要素のそれぞれの時間変化は下の 6 つの式に従う．ただし， R_e は地球の半径， n は「平均運動」(ケプラー第 3 法則から求まる平均公転角速度)

で定数である．以下の問いに答えよ．問 1 : J_2 の物理的な意味を簡潔に説明せよ(20 字程度)．問 2 : 6 つの式から，軌道要素のうち ω , Ω , M の時間変化率が一定になることが分かるが，それは何故か

(10-20 字程度)．問 3 : $d\Omega/dt$ の式は，軌道がどうなることを示しているかを， Ω と i が何を示すかを含めて説明せよ(30 字程度)．

$$\frac{da}{dt} = 0, \frac{de}{dt} = 0, \frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{3nJ_2R_e^2}{4(1-e^2)^2a^2}(1-5\cos^2i),$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3nJ_2R_e^2}{2(1-e^2)^2a^2}\cos i,$$

$$\frac{dM}{dt} = n + \frac{3nJ_2R_e^2}{4(1-e^2)^{1.5}a^2}(3\cos^2i-1).$$

5. GPS では，高度約 (ア) km 上空を飛行する約 (イ) 機の衛星が同じ周波数のマイクロ波を地上に向けて送信している．カーナビゲーション等で利用される受信機で最低 (ウ) 個の衛星からの電波を受信すれば，位置精度 3~5m 程度で自分の位置を知ることが出来る．問 1 : 上の (ア~ウ) に当てはまる数値を答えよ．問 2 : GPS 衛星の回帰周期を求めるための計算手順を，どんな数値が必要かを述べて説明せよ．問 3 : GPS 衛星が全て同じ周波数のマイクロ波を用いているにも関わらず，受信機で各衛星を区別できるのはなぜか，20 字程度で説明せよ．問 4 : GPS 衛星に搭載されている“原子時計”で用いられている原子名を記せ．

6. SAR とは Synthetic Aperture Radar の頭文字をとったもので、(1)合成開口レーダーと訳される。SAR アンテナは(2)一定の長さ τ_p を持ったマイクロ波のパルスを送りながら、地表からの反射波を受信している。一枚の SAR アンテナを用いた一回の観測で得られる地表画像の各ピクセルのデータは複素数で表されており、振幅と(3)位相情報を持っている。振幅画像は送信したレーダーパルスの(4)反射強度を示す。以下の問に答えよ。問 1：下線部(1)の「合成開口」とはどのようなことを「実開口」レーダーについて言及して説明せよ。問 2：下線部(2)で長さ $\tau_p=40\mu\text{s}$ の波形が単なる正弦波だったとすると得られる空間分解能は何 m になるか。問 3：前問の空間分解能を上げるために、パルス波形を変調している。6m の分解能を得るために必要な変調方法を定量的に述べよ。問 4：下線部(3)の位相画像は“砂嵐”のように見えるのは何故か、30 字程度で述べよ。問 5：下線部(4)の反射強度が強く見える地表面の例を二つあげよ。

7. GPS や SAR を用いて地殻変動や氷河流動などを cm オーダーの精度で測定する手法について、以下の問に答えよ。問 1：GPS を用いた精密測定における基本的な観測量である“搬送波の位相”について確認する。衛星 A と地上の観測点 1 とのある瞬間 t_0 での距離 $\rho_1^A(t_0)$ が搬送波の波長 λ を一目盛りとする物差しで測った時に何目盛り分あるかということ、ある整数個とその余りの筈なので $\rho_1^A(t_0) = N_1^A \lambda + residual$ と表せる：ここで余りの $residual$ は 0 以上 1 波長未満の実数である。この両辺に (ア) をかければ距離を位相に変換できる。(ア) に当てはまる語句または式を記せ。問 2：現実の受信機で位相データとして記録することが出来るのは $residual$ の部分だけである。時刻 t_0 の時の $residual$ が 0.5 波長分だったとして、時刻 t_0 から t_0+dt の間に衛星 A と観測点 1 の実距離が 3.5λ 分変化したとすると、どのような位相データが記録されるか、横軸に時刻 t_0 から t_0+dt 、縦軸に記録される位相をとって図示せよ。問 3：一枚の SAR 画像で得られる位相画像は“砂嵐”に見えるが、二枚の SAR 画像を用いる InSAR の位相(差)画像には系統的な干渉縞が現れる。二枚の SAR 画像を、同時に取得する場合と異なる時期に取得する場合に干渉縞に含まれる情報量の違いを 30-40 字程度で述べよ。問 4：異なる二つの時期に S1 と S2 で得られる SAR データ

から得られる InSAR 画像の位相データ ψ は $\psi = \frac{4\pi}{\lambda} B \sin(\theta - \alpha)$

と表せる。位相データの R への依存性が $\frac{\partial \psi}{\partial R} = \frac{4\pi B \cos(\theta - \alpha)}{\lambda R \tan \theta}$ と

なることを導け。途中の式も省略せずに書くこと。

