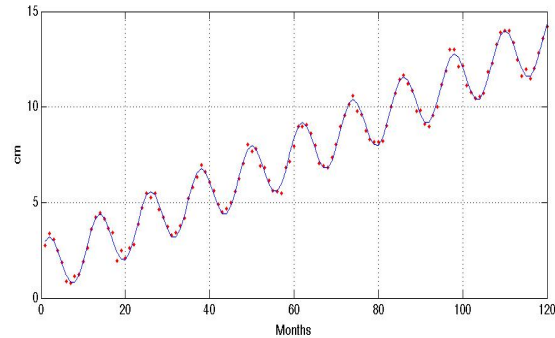


## 「宇宙測地学」 期末試験問題(2014.1.31)

\*解答用紙には見やすく丁寧に書くこと。何番かが分かるようにすれば、解答順は問わない。

1. ある観測量を月に一回測定し、120ヶ月間続けて得られたデータを右図に点で示す。データを見ると、12ヶ月の周期で変化しつつ、経年的には増加しているように見える。そこでこの観測量を説明するように、独立変数を時刻  $t$ 、従属変数(観測量)を  $y$  とするモデルを次式のよう



うに考えた： $y = a + bt + c \sin(2\pi t/12) + d \cos(2\pi t/12)$ .

得られたデータから、4つのパラメータ( $a, b, c, d$ )を最小二乗法で推定したい：求めたパラメータによる計算値を青線で示した。以下の(1)~(4)に答えよ。

- (1). 観測値  $y_i$  ( $i=1\dots 120$ )を120行1列の列ベクトル  $\mathbf{d}$  とし、推定したい4つのパラメータ( $a, b, c, d$ )を4行1列の列ベクトル  $\mathbf{m}$  とする。このとき  $\mathbf{d}$  を  $\mathbf{Gm}$  と近似するような行列  $\mathbf{G}$  は何行何列か。また、行列  $\mathbf{G}$  の1行目の要素をすべて記せ。
  - (2). 現実の観測値が誤差を含んだり、モデル自体が不適切なこともあるため、上記のモデルでは表現できない残差がある。全ての観測値と計算値の残差をまとめて列ベクトル  $\mathbf{e}$  で表すと、 $\mathbf{e} = \mathbf{d} - \mathbf{Gm}$  となる。残差の二乗和を  $\mathbf{d}, \mathbf{G}, \mathbf{m}$  を用いて表せ。
  - (3). 最小二乗法とは(2)で得た式が極値を持つように  $\mathbf{m}$  を求めることである。この原理に基づいて得られる  $\mathbf{m}$  の表現を導いて、 $\mathbf{d}, \mathbf{G}$  を用いて表せ。転置行列、逆行列を適宜定義すること。
  - (4). この観測量が経年的に加速しているとするとき、どんなモデルになるか記せ。
2. GPS (GNSS) 衛星とそれを用いた位置計測に関して以下の間に答えよ。
- (1). GPS 衛星のおよそ高度は、200 km, 2000 km, 20000 km のいずれか?
  - (2). GPS 衛星を現在構成しているのは、10機, 20機, 30機のいずれか?
  - (3). 全てのGPS衛星は(ア)あるいは(イ)の原子時計を搭載し、それらの時刻はほぼ正確に同期している。(ア)および(イ)の元素記号(或は名前)を答えよ。
  - (4). 各GPS衛星が送信しているマイクロ波は全て同じ周波数にも拘らず、受信機側ではどの衛星からのマイクロ波かを区別できる。その理由を、「搬送波」「変調」の二語を必ず用いて送信波形の特徴について言及して30-50字程度で説明せよ。
  - (5). GPSの単独測位に比べて、相対測位(干渉測位)が高精度に位置決定できる。その理由を、単独測位と相対測位それぞれの測定精度も含めて30-50字程度で説明せよ。

3. 超長基線電波干渉法による測地技術について以下の問に答えよ. (1) アルファベットを用いたこの技術の略称を記せ. (2) この技術における電波の送信源は数億光年以上離れた準星であるため, その位置は本来どのような座標系における何によって指定されるか, 簡潔に述べよ. (3) この観測技術における基本的な観測量(データ)について, 簡潔に説明せよ.

4. 人工衛星の運動方程式を, 軌道 6 要素(ケプラー要素)を用いて記述することがある. 最も大きな摂動である  $J_2$  の効果を考慮すると, 軌道要素のそれぞれの時間変化は下の 6 つの式に従う. ただし,  $R_e$  は地球の半径,  $n$  は「平均運動」(ケプラー第 3 法則から求まる平均公転角速度) で定数である. 以下の問いに答えよ. (1) 右の式の  $a, e, i$  をそれぞれ何とよぶか答えよ. (2) 衛星軌道面からみて太陽の方向が常に一定になる衛星を「太陽同期軌道」とよび, 太陽光からの反射を利用するセンサーで用いられる. このような軌道に設計するために必要な式を右から選んで, その式をどのように用いるかを説明せよ(30-50 字程度).

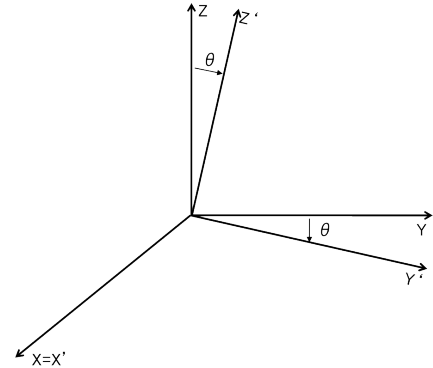
$$\frac{da}{dt} = 0, \frac{de}{dt} = 0, \frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{3nJ_2R_e^2}{4(1-e^2)^2a^2}(1-5\cos^2 i),$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3nJ_2R_e^2}{2(1-e^2)^2a^2}\cos i,$$

$$\frac{dM}{dt} = n + \frac{3nJ_2R_e^2}{4(1-e^2)^{1.5}a^2}(3\cos^2 i - 1).$$

5. 図のように  $xyz$  座標系を  $x$  軸のまわりに時計回りに角度  $\theta$  (radian) 回転させて, 新たな座標系  $x'y'z'$  座標系 ( $x=x'$ ) を作る. (1) もとの  $xyz$  座標系で見たときのある点  $P$  の位置ベクトルと新たな  $x'y'z'$  座標系で見たときの同じ点の位置ベクトルを結びつける回転行列  $R_x$  を導け. (2) 角度  $\theta$  が微小であるとして, 前問の行列  $R_x$  を  $\theta$  の一次項までを用いて示せ.



6. 衛星海面高度計は, 衛星から海水面にむけて送信したマイクロ波パルスの往復時間に基づいて, (1) 海面高度を測定する. したがって, 海面の高さの測定精度は往復時間の測定精度に依存する. 測定精度を高めるためには, 時間幅が短く送信電力の高いパルスがよいが, 技術的に困難なため, (2) パルス波形そのものが工夫されている. 1970 年代には測定精度は  $\pm 10 \sim 50$  cm であったが, 現場観測の困難な海面高度が人工衛星データから分かるということは, 近似的にでも (A) が直接得られることになったという意味で革命的であり, このデータに基づいて幾つかの (3) 固体地球科学上の知見が得られた. 1992 年に打ち上がった衛星 (B) 以降は, (4) さらに測定精度が進歩し, (5) 海面高度の時間変化が検出されるようになった. 以下の各問に答えよ.

問 1：下線部(1)の高度とは、何を基準とした高度か。

問 2：下線部(2)の工夫について、どのような波形であり、またそれがなぜ有効なのかを 70～100 字程度で説明せよ。

問 3：空欄(A)に当てはまる適切な用語を述べよ。

問 4：下線部(3)の知見を 20 字以内で述べよ。

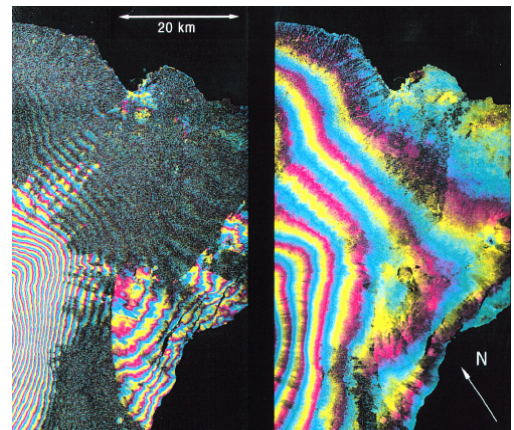
問 5：空欄(B)に当てはまる衛星名を述べよ。

問 6：下線部(4)に関連して、測定精度の向上のためには二つの周波数を用いた同時観測が行われる。これは、何を目的としているのか、簡潔に述べよ。

問 7：下線部(5)に関連して、最近 20 年程度での全球平均としての海面変化率がどの程度かを定量的に述べよ。

7. GRACE 衛星によって、地球重力場の球面調和関数展開の係数が毎月一回更新されるようになり、(ア) 300-500km程度の空間スケールで一ヶ月程度の間地球システム内で起こる質量分布変化が分かるようになった。以下の問いに答えよ。(1)下線部アの空間解像度をさらに高めるためには現状の GRACE をどう改良すれば良いか。改良点を二通り考えて記せ。(2) GRACE 衛星と同様の測定手法を月に適用して GRAIL ミッションが最近行われた。GRACE/GRAIL と同様の衛星重力ミッションを行うべき次のターゲットとしては、太陽系では地球以外ではどの惑星/衛星が良いと考えるか。根拠と併せて、100 字程度で述べよ。

8. 干渉合成開口レーダー(InSAR)で現れる干渉縞はヤングの干渉縞の生成原理と同じである。右の 2 枚の図は、ハワイ島において異なる二つの周波数のマイクロ波で同時期に同じスペースシャトルから得られた InSAR 画像で、色の変化(赤・黄・青)は位相(差)の変化  $2\pi$  を示している。以下の間に答えよ。



問 1：海上に干渉縞が現れないのはなぜかを説明せよ。(30-50 字程度)

問 2：同じ空間スケールなのに、左図が縞の密度が高く、右図が縞の密度が低いのは、どうしてなのか、説明せよ。(30-50 字程度)

問 3：右図がほぼ全島で干渉縞が見えるのに対して、左図では干渉縞の見えないところがあるのは、なぜかを説明せよ。(30-50 字程度)