

## 「宇宙測地学」 期末試験問題(2015.1.30)

1. 球座標系でのラプラス方程式を変数分離すると，経度  $\lambda$  方向の関数  $\Lambda$  については次

の微分方程式  $\frac{d^2\Lambda}{d\lambda^2} + m^2\Lambda = 0$  が現れる．この一般解を示せ．ただし  $m$  は定数とする．

2. 宇宙測地技術で得られる地球に固定された地心直交座標系における座標値  $(x, y, z)$  と従来から用いられてきた緯度  $\phi$  と経度  $\lambda$  は右の式で結びつけられる．ただし  $a$  と  $b$  はそれぞれ回転楕円体の長半径と短半径で， $N$  は卯酉線半径である．以下の問いに答えよ．(i)  $h$  を何とよぶか．(ii) 卯酉線と直交する線を何とよぶか．(iii)  $h=0$  のときの  $(x, y, z)$  が回転楕円体を示すことを利用して， $N$  の表式を導け：途中の式を省略しないこと．(iv)  $h$  から「標高」を求めるために必要なデータは何か答えよ．

$$\begin{cases} x = (N + h) \cos\phi \cos\lambda \\ y = (N + h) \cos\phi \sin\lambda \\ z = (b^2/a^2)N \sin\phi \end{cases}$$

3. 先日「うるう秒」に関する右のようなニュースが流れた．過去の1秒は24時間の(ア)で定義され，24時間とは仮想的な「(イ) 太陽」の南中から南中までで定義されていた．実際の地球の(ウ)周期は約(エ)時間(オ)分であるが，地球の(ウ)が変動することが分かってきたため，(ウ)に依存しない(カ)の特定の放射周期に基づく1秒が定義され，これに基づく時系が(キ)である．しかし(ウ)は，みかけの太陽の動きでもあり，(ウ)とは無関係に決められた(キ)による時刻を続けていると，南中時刻がズレてしまう．そこで(カ)に基づく1秒は使いつつ，決まった“時刻”に南中するように国際的に統一的な時刻としたのが(ク)である．以下の問に答えよ．(i) (ア) から(ク)に当てはまる適当な数値や語句を答えよ．(ii) 上図で TAI が UTC に比べて35秒進んでいるのは，地球の何がどう変化していると説明できるか，20字程度で述べよ．



4. 開口長  $D$ ，観測波長  $\lambda$  の一次元実開口アンテナが，アンテナからの十分遠方の距離  $R_0$  でアンテナと平行な  $x$  方向につくる電場  $E(x)$  の空間パターンは下の式のようになる．ただし  $E_0$  は定数とする．以下の問に答えよ．(i)  $x=0$  での電場  $E(0)$  を答えよ．(ii) 横軸を  $x$ ，縦軸を  $E(x)$  として，この式の概形を記せ．(iii) 実開口アンテナの角度分解能 (radian 単位) はどう与えられるか答えよ．

$$E(x) = E_0 \frac{\sin\left(\frac{\pi D}{R_0 \lambda} x\right)}{\frac{\pi D}{R_0 \lambda} x}$$

5. 種々の宇宙測地技術の基本的観測量は、マイクロ波(或いはレーザー)の送信源(或いは送信機)から受信源(或いは受信機や反射源)までの到達時間(或いは往復時間やその時間変化率)である。送信源と受信源の組み合わせには、(a)星などの天体と地表、(b)人工衛星と地表(或は地表と人工衛星)、(c)人工衛星と人工衛星の三通りがある。以下の問いに答えよ。

(i) 下線部(a)の天体として“準星”を用いる技術を VLBI と略称し、4語のアルファベットの頭文字をとったものであるが、このうち I が示す英単語を記せ。

(ii) 前問の VLBI では準星の位置座標と地球上の観測点の位置座標を関連づけることになるので、下線部(b)や(c)の技術では直接観測の難しい量(現象)を観測することができる。どのような現象か、名称を述べよ。

(iii) 下線部(b)の技術で、特に地表から人工衛星に向けてレーザーを照射する技術を SLR と略称し、3語のアルファベットの頭文字をとったものである。このうち R が示す英単語を記せ。

(iv) 前問の単語の日本語訳を記せ。

(v) SLR で得られたデータを解析から、“ $J_2$ そのもの”が決定され、さらに“ $J_2$ の経年変化と季節変化”も測定されている。 $J_2$ とは何のことか?

(vi) 前問の  $J_2$  の測定は、軌道面の動きを利用するものである。この観測のために最も重要になる軌道要素(ケプラー要素)を答えよ。

(vii) 下線部(c)の技術は、地球の GRACE、月の GRAIL という衛星重力ミッションで用いられている。GRACE と GRAIL の両ミッションでの基本的観測量とそれに基づく重力場の測定原理を 30-50 字程度で説明せよ。

(viii) GRAIL 衛星の高度は約 50km であったのに対し、GRACE 衛星の高度は約 500km であった。この高度の違いから、測定される重力場の空間分解能が低くなると予想されるのは月と地球のどちらかを答えて、その理由とさらに高い空間分解能を達成するためにはどうすべきかを 30-50 字程度で述べよ。

(ix) 下線部(a)と(b)の技術で精密測位を行う場合、マイクロ波が電離圏と対流圏を伝搬する際に生ずる効果が無視できない。物理的には屈折率  $n$  が真空の値と異なる

ため、特に電離層における位相伝搬速度  $v_p$  に対する屈折率は  $n_p = 1 - \frac{C \cdot N_e}{f^2}$  で

与えられる；ここで  $f$  はマイクロ波の周波数、 $N_e$  は自由電子の数密度、 $C$  は正の定数である。これより電離層中での位相伝搬速度は真空中と比べて (ア)。

また、電離層での見かけの伝搬距離変化は  $\Delta S = \int (n_p - 1) ds$  と表せるので ( $ds$  は経路上の微小な距離要素)、 $\Delta S$  はマイクロ波の周波数の二乗に (イ) し、積分経路に

沿った(ウ)当たりの(エ)に(オ)することがわかる。空欄(ア)から(オ)を埋めよ。  
(x) マイクロ波には様々な波長帯(周波数帯)があるが、しばしば周波数帯を L バンドとか K バンドなどと呼んで区別する。L バンドを 1GHz, K バンドを 20 GHz とすると、それぞれの波長はどの程度か? L バンドと K バンドの双方について、計算して答えよ。

(xi) 対流圏での屈折率  $n$  は気圧  $P$  (hPa), 水蒸気分圧  $e$  (hPa), 気温  $T$  (K) を用いた以下の

$$\text{経験式で計算できる: } N_T \equiv (n-1) \times 10^6 = 77.6 \frac{P}{T} - 5.6 \frac{e}{T} + 3.73 \times 10^5 \frac{e}{T^2}. \text{ 精密測}$$

位のためには対流圏での電波伝搬補正も必要だが、電離層遅延補正に比べて難しい。実際に行われる電離層遅延補正の方法にも言及しながら、なぜ難しいかを 50-70 字程度で説明せよ。

6. 合成開口レーダー(SAR)や GNSS を用いて、cm 以下の精度で地表や氷河等の変位を測定するためには搬送波の位相が利用されている。以下の問に答えよ。(i) SAR による一回の観測で得られる画像の画素一つ一つは、複素数データ  $x+iy$  ( $i$  は虚数単位,  $x$  と  $y$  は実数) で与えられる。この式を変形して、SAR で得られる反射強度  $I$  と位相  $\psi$  (radian) がそれぞれ  $x$  と  $y$  でどう表現されるか示せ。(ii) 前問の位相  $\psi$  には SAR センサーと地表までの幾何学的距離  $R$  の情報が含まれている。波長  $\lambda$  の波を用いて往復距離  $2R$  に対応する位相の絶対値  $\psi^A$  はどう表現されるか。(iii) 現実に位相の絶対値  $\psi^A$  をデータから直接求めることはできない。これは、例えば  $\cos\psi=0.5$  と与えられても位相  $\psi$  が一つには決まらないことから分かるが、それではこのときの一般解はどう与えられるか答えよ。(iv) 一回の SAR 画像から得られる位相の画像データは「砂嵐」のように見えるが、二回目の SAR 画像から得られる位相  $\psi'$  との差  $\phi = \psi - \psi'$  を表示すると系統的な模様が現れることがある。この模様を何とよぶか (物理用語)。(v) 前問の模様の空間的な混み具合 (空間勾配) は、何によって決まるか、簡潔に答えよ。

7. SAR や GNSS に限らず、電波を用いた放送や計測では搬送波が何らかの形で「変調」されている。以下の問に答えよ。(i) GNSS 衛星からの電波には二段階の変調が施されているが、30 機近い各衛星を識別するために使われている変調方法について、20-30 字程度で説明せよ。(ii) SAR 衛星からの電波の変調方法について、そのように変調する理由も含めて、40-50 字程度で説明せよ。