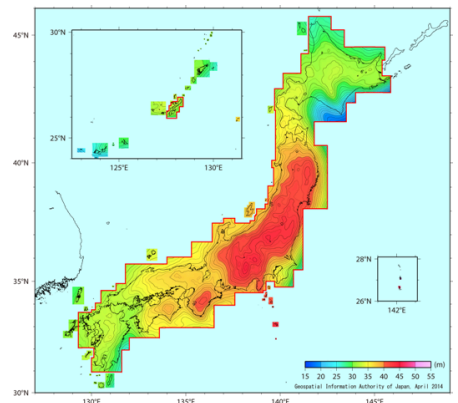


## 「宇宙測地学」 期末試験問題(2016.1.29)

1. 右の式は極運動  $m(t)$  の方程式である. ここで  $m(t)$  は摂動を受けた  
角速度ベクトル  $\omega = \Omega (m_1, m_2, 1+m_3)$  の  $x, y$  二成分を合わせた複素  
数表記  $m = m_1 + im_2$  である.  $f(t)$  は時刻  $t$  での外力で,  $t$  の関数である. また  $\sigma$  は一定の  
固有振動数,  $i$  は虚数単位である. 初期条件は  $t=0$  のとき  $m(0) = m_0$  とする. 関連する  
以下の問に答えよ. 問1: 右辺の  $f(t) = 0$  としたとき,  $m(t) = C \exp(i\sigma t)$  (ただし  $C$  は定  
数) が解になることを示せ(確かめよ). 問2: 前問の解は外力ゼロでも現れる「自由  
振動」(固有振動) 解である. これに相当すると考えられる現実の地球で観測される  
極運動を特に何と呼ぶか. 問3:  $f(t)$  が  $0$  ではない場合は, 問1で定数とした  $C$  も時  
間の関数  $C(t)$  であるとして解けばよい(定数変化法).  $m(t) = C(t) \exp(i\sigma t)$  として上式に  
代入し,  $C(t)$  に関する微分方程式を導いて,  $C(t)$  の表現を示せ (ヒント: 積分記号を  
含む形になる). 問4:  $C(0) = m_0$  であることを利用して,  $m(t)$  の解を示せ.

2. 緯度と経度の決定にとって基本となる地球楕円体は, 日  
本では 2002 年にそれ以前の Bessel 楕円体から GRS80  
(Geodetic Reference System 1980) という新しい楕円体に移  
行した. 移行に伴って緯度経度の値が若干変更されたが,  
宇宙測地技術に基づく GRS80 の Bessel 楕円体との最も重  
要な違いは何かを 20 字程度で述べよ.



3. 右図は「日本のジオイド 2011」として国土地理院から公  
表されているジオイド高モデルである. このデータが提  
供されるようになった理由を, 「GNSS の普及」に言及しつつ「標高」「楕円体高」  
の二語も含めて 80 字程度で説明せよ.
4. 人工衛星の軌道とその運動は, 原動力となる天体が質点であれば「ケプラー運動」  
を続けるが, “大きさ” をもった天体の場合には「ケプラー運動」から外れて, いく  
つかの軌道要素が時間変化しはじめることを学んだ. 関連する以下の問に答えよ.  
問1: “大きさ” の最大の効果は  $J_2$  摂動と呼ばれる.  $J_2$  とは極軸と赤道軸の周りの慣  
性モーメント  $C$  と  $A$  を用いて  $J_2 = (C - A) / MR_e^2$  と表せる:  $M, R_e$  は母天体の質量と半径で  
ある. 金星と地球は質量も半径も概ね同じであるが, 自転角速度が大きく異なり,  
金星は非常にゆっくりと自転している. このことから金星の  $J_2$  が地球の  $J_2$  と比べて  
どう異なるかを考察し, 30 字程度で説明せよ. 問2: 前問を踏まえると, 人工衛星の  
軌道要素の変化から  $J_2$  を決定するのは, 金星と地球でどちらが容易か? 理由ととも  
に 30 字程度で説明せよ.

5. GNSS に関する以下の問に答えよ. (1)米国の GPS や日本の QZSS 以外にも, Glonass, Galileo, Beidou のシステムが知られている. Glonass と Beidou はどの国のシステムか, それぞれ答えよ. (2) GPS 衛星は現在約 30 機が運用されていて, 全て同じ搬送波周波数が用いられている. それでも受信されたデータから, どの衛星からの電波であるかを判別することができるのはなぜか. 具体的な変調方法に言及して 20 字程度で述べよ. (3) 各 GPS 衛星は, それぞれほぼ円軌道の 0.5 恒星日で周回している. 0.5 恒星日とは何時間何分か? (4) 全問の結果を用いて, GPS 衛星の飛行高度(約 2 万 km)を求めるにはどうすれば良いか, 用いる法則名と共に答えよ. (5)カーナビ等の「単独測位」の位置決定精度は数 m から 10m 程度と言われているが, この精度は主に何で決まっているか?(何の精度を反映しているか?)
6. GNSS を用いた精密測量では, 受信機と各衛星までの距離を搬送波位相で測定する. 時刻  $t$  に受信機 A で受信した衛星 1 からの位相データを  $\Phi_A^1(t) = \phi_A(t) - \phi^1(t)_{(ア)}$  と表す. ここで  $\phi_A(t)$  は  $t$  における受信機 A の発信器の位相,  $\phi^1(t)$  は受信時刻  $t$  における衛星 A からの位相を示す.  $\phi^1(t)$  は衛星 1 そのものでの位相  $\phi_s^1(t)$  ではなく, 衛星と受信機間の距離  $\rho_A^1$  を電波が光速  $c$  で伝搬する時間だけ遡った時刻の衛星 1 での位相に等しい. つまり  $\phi^1(t) = \phi_s^1(t - \rho_A^1/c)$  である. ここで  $t \gg \rho_A^1/c$  なので, 一次までのテイラー展開 ( $f(x + \Delta x) \sim f(x) + f' \Delta x$ ) を適用して  $\phi^1(t) = \phi_s^1(t) - 2\pi \rho_A^1 / \lambda_{(イ)}$  と表せる. ここから下線部(ア)は,  $\Phi_A^1(t) = \phi_A(t) - \phi_s^1(t) + 2\pi \rho_A^1 / \lambda_{(ウ)}$  となる. 式(ウ)の右辺第 3 項の  $\rho_A^1 / \lambda$  は “整数値  $N$ +余り(小数値)” になるが, 観測される(ウ)式左辺の位相値は一般に  $\boxed{エ}$  の範囲でしか求まらず, 位相の観測量は  $\Phi_A^1(t) = \phi_A(t) - \phi_s^1(t) + (2\pi / \lambda)(\rho_A^1 - N\lambda)_{(オ)}$  となり, 右辺に未知の整数  $N$  も含む. 以下の問に答えよ. 問 1: 式(イ)を導け. 問 2: 空欄エに該当する数値範囲を答えよ. 問 3: 式(オ)の右辺の一部「 $\phi_A(t) - \phi_s^1(t)$ 」は理想的にはゼロとなるべきだが, なぜ現実にはゼロにならないのか, 20 字程度で説明せよ.
7. 前問 5 の式(オ)に加えて, 現実の GNSS 測量や他の宇宙測地技術でも, 電波が電離層や対流層を通過することに伴う効果を考慮する必要がある. 物理的には屈折率  $n$  が真空の値と異なるため, 伝搬距離が見かけ上変化する. 特に電離層における位相伝搬速度  $v_p$  に対する屈折率は  $n_p = 1 - \frac{C \cdot N_e}{f^2}$  で与えられる. ここで  $f$  はマイクロ波の周波数,  $N_e$  は自由電子の数密度,  $C$  は正の定数である. 真空中と比べた電離層での見かけの伝搬距離変化は  $\Delta S = \int (n_p - 1) ds$  と表せるので ( $ds$  は経路上の微小な距離要素),  $\Delta S$  はマイクロ波の周波数の二乗に (ア) し, 積分経路に沿った (イ) 当たりの (ウ) に (エ) することがわかる. また同じマイクロ波でも異なる二つの周波数

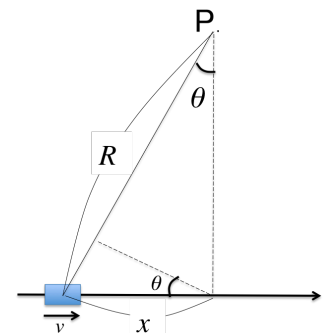
では、周波数の（オ）の方が大きく電離層の影響を受ける。一方、地球の対流圏での屈折率  $n$  は気圧  $P$  (hPa), 水蒸気分圧  $e$  (hPa), 気温  $T$  (K) を用いた以下の経験式で計算

$$\text{できる: } N_T = (n - 1) \times 10^6 = 77.6 \frac{P}{T} - 5.6 \frac{e}{T} + 3.73 \times 10^5 \frac{e}{T^2}$$

問1: 空欄(ア)から(オ)に当てはまる適切な語句を答えよ。問2: 異なる二つの周波数 ( $f_1, f_2$  とする) による観測を行えば電離層効果が補正できることを、式を用いて説明せよ。問3: 地殻変動量が無視できれば、対流圏での電波伝搬遅延は、気象学的データとしても利用されている。上式には気圧  $P$ , 水蒸気分圧  $e$ , 気温  $T$  が現れているが、これら3つのうちGNSS等の宇宙測地技術に固有の観測量はどれで、それがなぜ有用なのかを20字程度で述べよ。問4: 地上のある地点で一つのGPS衛星を追跡したところ、朝10時頃に地平線から昇って（低い“仰角”）、午後13頃に最も高高度（高い“仰角”）に達し、午後4時頃に再び地平線に沈んだ。このGPS衛星と観測地点間の対流圏遅延量は、時間とともにどのように変化するか、30字程度で説明せよ。ただし地球大気は水平成層構造をしていて、観測中の大きな気象変化は無いとする。

8. 観測波長  $\lambda$  で開口長(アンテナサイズ)  $D$  の「実開口アンテナ」による十分遠方の距離  $R_0$  での空間分解能は  $R_0(\lambda/D)$  となる。人工衛星「だいち」のアンテナサイズは概ね10m, 観測波長  $\lambda=0.2$  m,  $R_0=800$  km である。以下の各問に答えよ。(i) 「だいち」のアンテナが実開口アンテナだとすると、空間分解能はどうなるか計算せよ。(ii) 全問の分解能では不十分なので「合成開口」技術が用いられる。合成開口とはどういうことか、40字程度で説明せよ。(iii) 空間分解能をより定量的に導くために、以下の空欄(a)から(g)に適切な式または語句を答えよ。

搬送波周波数  $f_0$  の電波を  $E_t = E_0 \sin(2\pi f_0 t)$  と表すとき、距離  $r$  のターゲットからの反射波は(電波の往復を考慮して)  $E_r = E_0 \sin[2\pi f_0 (t - 2r/c)]$  となる： $c$  は電波伝搬速度。受信側もターゲットに向けて速度  $v$  で移動しているときは、前式  $E_r$  の  $r$  は時刻  $t$  において (a) となる。この式を変形すると受信する電波の周波数は  $f_0$  ではなく (b) となり、(c) 効果によって搬送波の周波数が  $f_b =$  (d) だけシフトしていることが分かる。(d) は  $v$  と  $\lambda$  を用いて答えよ。いま地上ターゲット  $P$  とアンテナ搭載衛星が右図のような位置関係にあるとき、ターゲットへの進行速度  $v$  は  $v \sin \theta$  であり、 $\sin \theta = x/R$  なので、 $f_b$  は  $x$  にも依存する。式変形すると、 $x =$  (e) のように位置座標  $x$  が  $f_b$  と対応し、 $x$  の分解能が  $f_b$  の分解能で決まることが分かる。 $f_b$  の分解能  $\Delta f_b$  はターゲットがアンテナの視野に入る時



間  $S$  の逆数に等しいことが知られているが、 $S$  は実開口アンテナで照射される区間  $R(\lambda/D)$  を速度  $v$  の衛星が通過する時間なので  $S = \text{(f)}$  となる。したがって、 $\Delta x = \text{(g)}$  となる。

9. 差分干渉 SAR(InSAR)解析では、撮像日時の異なる 2 つの SLC 画像について、個々の pixel を高い精度で位置合わせした上で、位相の引き算を行うことで地表変位を検出する。このようにして得られた位相変化を示す画像を干渉画像と呼ぶ。④複数の干渉画像をスタック（重ね合わせ）することでノイズを軽減できる。

地表変位の空間勾配が一定の値を超えると InSAR 解析を用いて地表変位を検出することは不可能になるが、⑤(ア)法を用いれば可能である。2 つの SLC 画像を位置合わせする際に、局所的に大変位した領域のみ位置が合わないため、その位置のズレを計測して地表変位を推定する方法である。この手法では (イ) 方向の変位も計測できるため、上昇軌道と下降軌道の双方から撮像したデータを用いて 3 次元変位場を求めることが可能となる。

- (1) 下線(i)を行う際に、撮像日について注意すべき点を答えよ。
- (2) 下線(i)のスタッキング法以外に、複数の干渉画像を用いて誤差を軽減する方法を挙げよ。
- (3) 上の文章中の(ア), (イ)に当てはまる語句を答えよ。
- (4) 下線(ii)の手法について、InSAR 解析に比べて劣る点を 2 つ挙げよ。