

「宇宙測地学」 中間試験問題(2015.12.4)

1. 球座標系でのラプラス方程式を変数分離すると，経度 λ 方向の関数 Λ については微

分方程式 $\frac{d^2\Lambda}{d\lambda^2} + m^2\Lambda = 0$ が現れる．この一般解を三角関数で示せ．またここに現れ

る m はルジャンドル陪関数の (あ) に対応する．(あ) として適当な語句を記せ．

2. 地球に固定された地心直交座標系における座標値 (x,y,z) と従来から用いられてきた緯度 ϕ と経度 λ は右の式で結びつけられる．ただし a と b はそれぞれ回転楕円体の長半径と短半径で， N は卯酉線半径である．以下の問いに答えよ．(i) 卯酉線と直交する線を
- $$\begin{cases} x = (N+h)\cos\phi\cos\lambda \\ y = (N+h)\cos\phi\sin\lambda \\ z = (b^2/a^2 + h)N\sin\phi \end{cases}$$

何とよぶか．(ii) $h=0$ のときの (x,y,z) は回転楕円体上にあることを利用して， N の表式を導け：途中の式を省略しないこと．

3. 2002 年に打ち上がった GRACE 衛星は高度約 500km を飛行する(ア)双子衛星ミッションで，地球重力場の球面調和関数展開の係数が毎月一回更新できるようになった．その結果 (イ) 300-500km 程度の空間スケールで地球システム内に起こる (ウ) 質量分布の時間変化が分かるようになった．以下の問いに答えよ．(1) 下線部アの双子衛星を用いて地球の重力分布を求めるための原理を簡潔に記せ．(2) 下線部イの空間解像度をさらに高めるためには現状の GRACE をどう改良すれば良いか．改良点を一つ考えて理由とともに述べよ．(3) 下線部ウに関連して GRACE で得られた成果を簡潔に二つ述べよ．

4. GPS (GNSS) 等の宇宙測地技術から得られているのは前問 2 の座標値 (x,y,z) である．一方，地上位置の指定には従来通り緯度 ϕ ，経度 λ および標高 H (注意: 前問の h とは異なる) を用いるため， (x,y,z) からこれらを導く必要がある．以下の問いに答えよ．(i) 経度 λ を「度」の単位で求めるための方法を述べよ．(ii) 緯度 ϕ と h を近似的に求めるために，まず $h=0$ として，仮の緯度 ϕ^1 を求めるための式を (x,y,z) を用いて表せ．(iii) (ii) で求めた緯度 ϕ^1 を使って，仮の h^1 を求める式を示せ．(iv) 標高 H は前問 2 で与えた式には存在せず， (x,y,z) の値だけからは求められない． h の値から標高 H を求めるために，さらに必要なデータは何か．(v) Topex/Poseidon, Jason1/2 衛星は前問(iv)のデータを得るための人工衛星ミッションである．測定原理 (何を既知として何をどう測定し，何を求めているか) を簡潔に述べよ．

5. 以下の (ア) から (コ) に当てはまる適当な数値や語句を答えよ．

過去の 1 秒は 24 時間の (ア) で定義され，24 時間とは仮想的な「(イ) 太陽」の南中から南中までで定義されていた．太陽ではなく，(ウ) を基準とした実際の地球

の (エ) 周期は約 (オ) 時間(カ)分であるが、地球の (エ) が変動することが分か
 ってきたため、(エ) に依存しない (キ) 原子の特定の放射周期に基づく 1 秒が定義
 され、これに基づく時系が (ク) である。しかし (エ) は、みかけの太陽の動きで
 もあり、(エ) とは無関係に決められた (ク) による時刻を続けていると、南中時刻
 がズレてくる。そこで (キ) 原子に基づく 1 秒は使いつつ、決まった“時刻”に南
 中するように国際的に統一的な時刻としたのが (ケ) (略称で UTC) である。そのた
 めに数年に一度導入されるのが (コ) である。

6. 右の物体を用いる宇宙測地技術 SLR について、以下の問いに答えよ。(i) SLR は何をどのように測定する技術かを説明せよ。(ii) 同
 じ測定原理を用いた技術に LLR がある。最初の L は何を表すか?
 (iv) LLR によって分かったことを述べよ。



7. 地球 (質量 M) を周回する人工衛星 (質量 $m \ll M$) の運動は、地球も人工衛星も質点
 と近似できればケプラーの法則に従う。質点近似が成り立たない「摂動」のうちで
 最も大きな効果は地球の J_2 摂動である。慣性空間に固定された赤道座標系に対する
 衛星軌道は、軌道 6 要素 (ケプラー要素) を用いて記述することができ、 J_2 摂動を
 考慮したそれらの時間変化は下の 6 つの式に従う。ただし、 R_e は地球の半径、 n は
 「平均運動」(ケプラーの第 3 法則から求まる平均公転角速度) である。以下の問いに答えよ。

(i) 要素 a と要素 e の積 ae が何を意味するか説明
 せよ。(ii) J_2 は重力場の 2 次の展開係数 $C_{2,0}$ と J_2
 $= -C_{2,0}$ の関係にあり、軸対称地球では極軸と赤
 道軸の周りの慣性モーメント C および A を用い
 て、 $J_2 = (C-A)/MR_e^2$ と表せる。 J_2 の物理的な意味

$$\frac{da}{dt} = 0, \frac{de}{dt} = 0, \frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{3nJ_2R_e^2}{4(1-e^2)^2a^2}(1-5\cos^2 i),$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3nJ_2R_e^2}{2(1-e^2)^2a^2}\cos i,$$

$$\frac{dM}{dt} = n + \frac{3nJ_2R_e^2}{4(1-e^2)^{1.5}a^2}(3\cos^2 i - 1).$$

を地球の C および A の差に言及しながら 30 字程度で説明せよ。(iii) 要素 Ω と要素
 i の呼び名をそれぞれ記せ。(iv) 慣性空間に固定された xyz 座標系を、人工衛星の軌
 道面内の近地点の方向に x 軸を持つような座標系に変換するためには、上の軌道要
 素のうち 3 つを用いて 3 種の回転行列を作り、座標軸を順次回転すればよい。3
 つの回転行列を必要な軌道要素を用いて順番に記せ。(v) いわゆる「静止衛星」は衛
 星の公転周期と地球の自転周期が等しくなるように赤道上空に置かれている。しか
 し、そのような「静止軌道」に入れられても、現実には静止し続けられないことを、上
 の式を使って説明せよ。