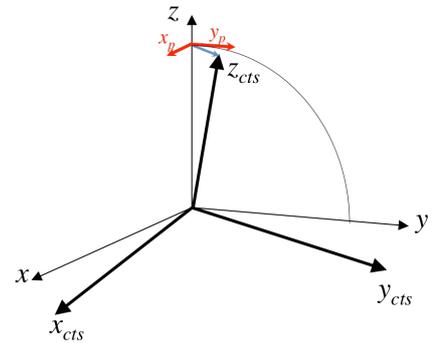


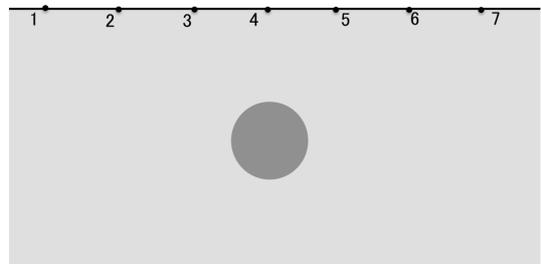
「宇宙測地学」 期末試験問題(2017.2.3)

1. 地球に固定されて地球と共に自転する座標系(CTS系:Conventional Terrestrial reference System)から宇宙空間に固定された座標系(CIS系)に変換するためには,地球の瞬間自転軸が北極付近を貫く点をCTS系でみた運動として(ア)の効果(図の角度 x_p と y_p)をまず考慮する必要がある. 以下の問いに答えよ. (1) CTS系を x_{cts} 軸の周りに角度 y_p だけ回転させる回転行列を記せ. 但し y_p は十分に小さな角度とする. (2) 同様に CTS系を y_{cts} 軸の周りに角度 x_p だけ回転させた後で, さらに右の R_3 の行列をかけて地球の自転運動そのものが考慮される. ここに現れる Θ は世界時 UT と関連付けられる量で, 何と呼ばれるか. (3)前問の Θ の観測から地球の自転角速度変動データが得られ, 1日の長さにするとも1年間では1ms程度の季節変動をしている. その主要因を説明せよ(50字程度). (4)空欄(ア)に当てはまる語句を記せ. (5)前問(3)の x_p と y_p の時間変化を見ると, およそ6年の周期をもった「うなり」が現れる. これはなぜか(何を意味しているか)を定量的に説明せよ.



$$R_3(\Theta) = \begin{pmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta & 0 \\ -\sin \Theta & \cos \Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. 右図は, 同一緯度にある地表面上に1から7の重力観測点があり, 地点4の直下に球形の周囲に比べて高密度な物質が含まれている状況を示している. 右図を解答用紙に写して, 以下の問いに答えよ. (1)地点1から地点7における重力加速度ベクトルがどうなるか, その概要を図示せよ: 定性的でよい. (2) 地点1から地点7で等ポテンシャル面はどのような形状をとるか, 概略を図示せよ. (3)前問(2)はなぜそのようなことになるのか, 根拠を20-30字程度で述べよ. (4)惑星探査機に搭載される「高度計」は, 探査機と惑星表面間の距離データを与える. その惑星の表面地形の「高さ」を求めるためには, 他にどんなデータが必要かを考察し, 50-70字程度で述べよ.



3. 地球を質量 M の質点と仮定したとき, 地球の周りを運動する人工衛星(質量は M より十分小さい)の運動方程式は $\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM}{r^3}\vec{r}$ である. この式に左から \vec{r} を外積的にかけて, ベクトル $\vec{h} = \vec{r} \times \dot{\vec{v}}$ が時間変化しないこと(ケプラーの第2法則)を導け. これは面積速度一定の法則とも呼ばれる. どの(どういう)“面積速度”のことがかを図示して説明せよ.

4. 現実の地球は質点とは見なせないため、人工衛星の運動はケプラーの法則から外れてくる。質点による万有引力以外の効果は“摂動”と呼ばれる。さまざまな摂動のうちで最も大きな効果は J_2 摂動とよばれる。 J_2 とは極軸と赤道軸の周りの慣性モーメント C と A を用いて $J_2=(C-A)/M_e R_e^2$ と表せる無次元量である: M_e, R_e は地球の質量と半径である。地球に固定された座標系に対する衛星軌道は、軌道 6 要素 (ケプラー要素) を用いて記述され、 J_2 摂動だけを考慮したときの軌道要素のそれぞれの時間変化は上の 6 つの式に従う。ただし、 R_e は地球の半径、 n は「平均運動」 (ケプラー第 3 法則から求まる平均公転角速度) で定数である。以下の問いに答えよ。(1) J_2 の符号は正か負か、理由とともに 20 字程度で述べよ。(2) 式中の a, e, i をそれぞれ何とよぶか答えよ。(3) 初期時刻 $t=t_0$ で $a=a_0, e=e_0, i=i_0$ のとき、任意の時刻 t での a, e, i をそれぞれ求めよ。(4) 地球が一年間で公転する間に、人工衛星の軌道面と太陽の方向のなす角度が常に一定になるような軌道を「太陽同期軌道」とよび、 $d\Omega/dt$ の式からその軌道要素が満たすべき条件が分かる。 $d\Omega/dt$ がどうなれば良いか、答えよ。(5) 前問の軌道において、 i はどのような値を取るべきか答えよ。

$$\frac{da}{dt} = 0, \frac{de}{dt} = 0, \frac{di}{dt} = 0$$

$$\frac{d\omega}{dt} = -\frac{3nJ_2R_e^2}{4(1-e^2)^2a^2}(1-5\cos^2 i),$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = -\frac{3nJ_2R_e^2}{2(1-e^2)^2a^2}\cos i,$$

$$\frac{dM}{dt} = n + \frac{3nJ_2R_e^2}{4(1-e^2)^{1.5}a^2}(3\cos^2 i - 1).$$

5. 合成開口レーダーの特徴は高い空間分解能にある。アジマス方向 (人工衛星の進行方向) の空間分解能を高めるために、(ア) を利用している。また、レンジ方向 (人工衛星の進行方向と直行する方向) の分解能を高めるために (イ) という技術を用いている。さて、人工衛星から射出されるマイクロ波のパルスは以下の式で表される:

$$s(t) = \text{rect}\left(\frac{t}{T_p}\right) \cos\{\varphi(t)\}, \text{ ただし、 } \varphi(t) = 2\pi f_0 t + \pi K t^2 \text{ また}$$

$$\text{rect}(x) = \begin{cases} 1 & (-0.5 \leq x \leq 0.5) \\ 0 & (x < -0.5 \text{ or } x > 0.5) \end{cases} \text{ とする. このマイクロ波の瞬間周波数 } \frac{1}{2\pi} \frac{\partial \varphi}{\partial t}$$

は $f_0 + (\text{ウ})$ となる。従って、パルス継続時間 T_p の間に周波数は (エ) だけ変化することが分かる。(エ) をバンド幅と呼び、この値が大きいほどレンジ方向の分解能が高くなる。

人工衛星が距離 r だけ離れた点で散乱されたマイクロ波を受信する時、その位相を $-\frac{4\pi r}{\lambda} + \psi_{\text{scatter}}$ と書くことが出来る。ここで λ はマイクロ波の波長、 ψ_{scatter} は地表の散乱特性が位相に与える影響である。人工衛星が異なる 2 時期に同一の位置から同一の地点にマイクロ波を照射するとき、衛星とこの地点を結ぶ距離が r_1 から r_2 に変化したとする。(1) もし地表の散乱特性が 2 回とも同じであれば、位相の変化分を (オ) と書くことができ、地殻変動を検出することができる。これが干渉 SAR (InSAR) の

原理である。マイクロ波の波長が長ければ散乱特性は変化しにくい、(2)短いマイクロ波を用いる利点もある。

InSAR 解析で得られた干渉画像には地殻変動に起因する位相変化と、それ以外のノイズが含まれる。ノイズには (カ) などの系統的なものと、(3)時間的にランダムなノイズがある。 後者の影響を軽減するために、(4)複数の InSAR 画像を用いた時系列解析が広く行われている。 以下の問いに答えよ。

問 1 (ア)・(イ)・(カ) に適した語句と (ウ) ~ (オ) に適した数式を答えよ。

問 2 下線(1)について、地表の散乱特性が変わってしまう事例を 1 つ挙げよ。

問 3 下線(2)について、どのような利点があるか答えよ。

問 4 下線(3)について、これを引き起こす要因を 2 つ挙げよ。

問 5 下線(4)について、主要な手法の名称を 2 つ挙げよ。

6. GNSS (特に GPS) による「単独測位」に関する以下の問いに答えよ。(1) GPS 衛星システムの他の人工衛星との大きな違いの一つは、各衛星に高精度な原子時計が搭載されていることである。何という原子を用いているか、元素名を二つあげよ。(2) 時刻 $t=t_s$ に GPS 衛星 1 から発出された電波を、地上 (或いは海上や上空) の単一の受信機では時刻 $t=t_r$ に受信したとすると、見かけ上は伝搬時間 $(t_r - t_s)$ であり、電波伝搬速度 c を用いて衛星-受信機間の見かけ上の距離(擬似距離)が得られる。GPS 衛星 1 の位置ベクトルを \mathbf{X}^1 , 受信機の位置ベクトルを \mathbf{X}_R , 衛星と受信機の時計の同期誤差を Δt として、これらの間に成り立つ式を記せ。

7. 前問 6 の \mathbf{X}_R の三成分 (x,y,z) と緯度 φ と経度 λ は右の式で結びつけられる。ただし a と b はそれぞれ回転楕円体の長半径と短半径, N は卯酉線半径である。また h は楕円体高である。地上位置は従来通り緯度 φ , 経度 λ および標高

$$\begin{cases} x = (N + h) \cos \varphi \cos \lambda \\ y = (N + h) \cos \varphi \sin \lambda \\ z = (Nb^2 / a^2 + h) \sin \varphi \end{cases}$$

H を用いるため, (x,y,z) からこれらを導く必要がある。以下の問いに答えよ。(1) 経度 λ を「度」の単位で求めるための方法を述べよ。(2) 緯度 φ と h を近似的に求めるために, まず $h=0$ として, 仮の緯度 φ^1 を求めるための式を (x,y,z) を用いて表せ。(3) 前問 (2) で求めた緯度 φ^1 を使って, 仮の h^1 を求める式を示せ。(4) 標高 H は (x,y,z) の値だけでは求められない。 h の値から標高 H を求めるために, さらに必要なデータは何か答えよ。 **z の式が間違っていた**

8. GNSS を用いた「相対測位 (干渉測位)」の基本的アイデアは、受信機と各衛星までの距離を搬送波位相で測定する、ということである。搬送波の波長を λ , 衛星 A 受信機 1 間の距離を ρ_1^A とすると、この距離に相当する位相角は (a) $2\pi\rho_1^A/\lambda$ である。例えば 24356 km の距離を波長 24 cm の搬送波で測ると周期数(サイクル)にして (b) (あ) (周期)となる。しかし実際には、時刻 t に受信機 A で受信する衛星 1 からの位相角 Φ_1^A は $[0, 2\pi]$ (或いは $[-\pi, +\pi]$) に丸めこまれているため、(あ) (周期) では

なく (e) (い) (周期) となる。 Φ_1^A は衛星受信機間の距離 ρ_1^A に相当する位相角そのものから、 2π の整数値倍 $2\pi N_1^A$ を引いた量である (N_1^A は未知)。また、衛星 A および受信機 1 上の時計は全世界共通の時計と完全に同期しているわけでもないため、同期誤差 δt^A と δt_1 も未知量になる。真空とは見なせない電離層と対流圏をマイクロ波が伝搬する効

$$\Phi_1^A = \frac{2\pi}{\lambda}(\rho_1^A - N_1^A \lambda) + 2\pi f(\delta t^A - \delta t_1).$$

果は無視できるとすると、現実には測定される位相 Φ_1^A は右式のように表せる：

(1) 下線部(a)は 2π が掛かるのに対し、InSAR に関する前問 5 では 4π になっているのはなぜか、20 字程度で説明せよ。(2) 空欄 (あ) に当てはまる数値を求めよ。(3) 空欄 (い) に当てはまる数値を求めよ。(4) 上式で左辺は観測データとして与えられるが、右辺には未知数がいくつもあり、このままでは解けない。どのような工夫をして解くか、50~100 字程度で適宜数式を用いて説明せよ。ただし、求めたい未知数は固定点に対する地上観測点の相対位置とし、衛星軌道は既知とする。(5) 前問(4)の衛星軌道データとして、単独測位でリアルタイムに用いられるものは「放送暦」と呼ばれるが、二週間後に公表されるデータは何と呼ばれるか。

9. マイクロ波を用いた宇宙測地技術で測位や地表変位観測をする際、電離層や対流圏を通過することに伴う効果は無視できない。しかし地表変位が無視できれば逆に電離層や対流圏に関する情報を得ることができる。関連する以下の問いに答えよ。

(1) 電離層における位相速度 v_p に対する屈折率は右の式で与えられる。

$$n_p = 1 - C \frac{N_e}{f^2}$$

ここで f はマイクロ波の周波数、 N_e は自由電子の数密度 ($1/m^3$)、 C は正の定数である。真空中と比べた電離層での見かけの伝搬距離変化 ΔS を「電波伝搬経路に沿った単位面積あたりの総電子数 (=TEC)」で表せ。(2) 二つの周波数 f_1 と f_2 を用いた同時観測をすれば、TEC が求まることを前問の結果を用いて説明せよ。(3) 対流圏での屈折率 n は気圧 P (hPa)、水蒸気分圧 e (hPa)、気温 T (K) を用いた下の式で計算できる。 P と e と T の中で、InSAR のデータでもっとも顕著に現れる

$$N_T = (n-1) \times 10^6 = 77.6 \frac{P}{T} - 5.6 \frac{e}{T} + 3.73 \times 10^5 \frac{e}{T^2}$$

のはどの効果だと考えられるか、理由とともに 30 字程度で述べよ。