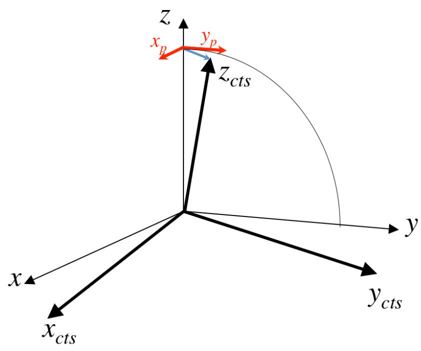
「宇宙測地学」中間試験問題(2016.12.9)

1. SLR に関する以下の問いに答えよ．(1)SLR の R が何を示すか，英語とその和訳を記せ．(2) SLR 用の人工衛星に必ず搭載されている Laser パルスを送受信するための装置を何と呼ぶか．(3) SLR 専用の人工衛星名を一つあげよ．

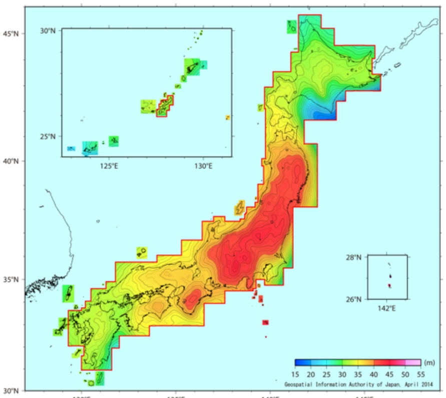
2. 地球に固定されて地球と共に自転する座標系(CTS 系:Conventional Terrestrial reference System)から空間に固定された座標系(CIS 系)に変換するためには, 地球全体の運動としての極運動の効果(図の角度 x_p と y_p)をまず考慮する必要がある．(1) CTS 系を x_{cts} 軸の周りに角度 y_p だけ回転させる回転行列を記せ．但し y_p は十分に小さな角度とする．(2)同様に CTS 系を y_{cts} 軸の周りに角度 x_p だけ回転させる回転行列を記せ．但し x_p は十分に小さな角度とする. (3)さらに右の R_3 の行列をかけて地球の自転運動そのものを考慮する．ここに現れる Θ を何というか（ヒント:角度を示すが「…時」という）． (4)前問の Θ を時間微分したものが自転角速度にあたる．地球の平均的な自転角速度(rad/s)の数値を求めるための式を記せ（計算はしなくてよい）.



$$R_3(\Theta) = \begin{pmatrix} \cos\Theta & \sin\Theta & 0 \\ -\sin\Theta & \cos\Theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3. (1) 三次元 xyz 座標系(前問の CTS 系)で，原点に中心を持ち，長軸方向である赤道半径 a，短軸方向である極半径 b の回転楕円体の式を書け．(2) 地球を最もよく表現するような a と b の回転楕円体を特に地球楕円体とよぶ. 地球楕円体上のある点 P（緯度 ϕ，経度 λ とする）の三次元座標 x,y,z の三成分を卯酉線半径 N，緯度 ϕ，経度 λ を用いて表せ．ただし $N = a^2/\sqrt{a^2\cos^2\phi + b^2\sin^2\phi}$ とする．ヒント：まず N を球の半径だとみなして x,y から求めるとよい．(3) 卯酉線と子午線の空間的な関係を簡潔に説明せよ(20 字程度).

4. 右図は「日本のジオイド 2011」として国土地理院から公表されているジオイド高モデルである. 以下の問いに答えよ． (1)ジオイド高 N, 標高 H，楕円体高 h の３つの「高さ」のそれぞれの基準面(値が 0 の面)がどこかを，３つのそれぞれについて答えよ．(2) 上の図でジオイド高 N が高いのは概ね本州の山岳地帯に一致するが, 北海道にも同程度の標高の山はあるので, 単に標高を反映しているわけではない．なぜ本州で N が大きくなるか，その物理的な要因について考察して説明せよ(50-80 字程度)．(3)このデータが提供されるようになった理由（背景）を，「GNSS の普及」に言及して「標高」「楕円体高」の二語も含めて



50-80 字程度で説明せよ．（(2)も(3)も語数は厳密でなくてもよい）

5. かつては 24 時間とは仮想的な「(ア）太陽」の南中から南中までと定義され，24 時間の（イ）分の 1 をもって 1 秒と定義された．地球から見た現実の太陽（視太陽）の軌道（黄道）は赤道面に対して 23.4 度傾いているが，「(ア）太陽」は赤道面上にあるかのように考える．視太陽と「(ア）太陽」では，同じ公転速度でも赤経に違いが出るため, 均時差(＝視太陽時-(ア)太陽時)が生ずる. 以下の問いに答えよ. (1)(ア)と(イ)に当てはまる適当な語句と数値を答えよ．(2)均時差は 1 年間でどう変化するか．黄道が円軌道だと仮定し，横軸に春分，夏至，秋分，冬至，春分の 5 点を取り，縦軸に均時差を取って, どのように変化するかの概形を示せ. (ヒント: 視太陽と(ア)太陽の図を描いて，赤経の違いを見て考えること）

6. 質量 M, 半径 R の天体の万有引力ポテンシャルは, この天体内に原点をもつ球座標(動径 r, 緯度 ϕ, 経度 λ)で表現すると, ルジャンドル陪関数 $P_{nm}(\sin\phi)$ と三角関数 $\cos(m\lambda)$ と $\sin(m\lambda)$を用いてストークス係数 C_{nm}, S_{nm} で展開される．(1)特に C_{20} は

$$C_{20} = \frac{1}{2MR^2} \iiint r^2 (3\sin^2\phi - 1)\, dM$$

から得られるが，C_{20} は以下の慣性モーメントを用いて表せることを示せ：途中の式を省略しないこと．ただし x,y,z 軸の周りの慣性モーメントをそれぞれ A,B,C とし

$$A = \iiint (y^2 + z^2)\, dM,\ B = \iiint (z^2 + x^2)\, dM,\ C = \iiint (x^2 + y^2)\, dM$$

である．(2) $A=B$ が成り立つとすると，C_{20} は正になるか負になるか? 理由（30 字程度）とともに答えよ.

7. 人工衛星 GRACE と GRAIL は，それぞれ地球と月の重力場を測定する双子衛星で，前問 6 のストークス係数がそのデータとして配布されている. (1) 双子衛星で重力場の空間分布をなぜ求めることができるのかを，何を測定しているかに言及して，50 字程度で説明せよ．(2) GRACE と GRAIL では，GRAIL の重力場の方が高い次数 n まで求めることができたのは何故か．20 字程度で簡潔に説明せよ.

8. 一ヶ月おきの時刻 t_1 での観測量を y_1 とするようなデータ (t_1, y_1)の組が, 時刻 t_{180} での y_{180} まである．データには 6 ヶ月周期と 12 ヶ月周期が明らかだったことから，これらのデータを $y=a\sin(2\pi t/6)+b\cos(2\pi t/6)+c\sin(2\pi t/12)+d\cos(2\pi t/12)$ というモデルで近似して，180 組のデータから a, b, c, d を最小二乗法で推定したい．(1)観測値 y_i (i=1…180)を 180 行 1 列の列ベクトル $\boldsymbol{d}$ とし，推定したいパラメータ(a,b,c,d)を 4 行 1 列の列ベクトル $\boldsymbol{m}$ とする．ここで $\boldsymbol{d}\sim\boldsymbol{Gm}$ と近似するとき，行列 $\boldsymbol{G}$ は何行何列か. (2) $\boldsymbol{G}$ の一行目の要素を全て記せ．(3)最小二乗法による解 $\boldsymbol{m}$ は，$\boldsymbol{d}$ と $\boldsymbol{G}$ を用いてどのように表現されるか.