9. エル・ニーニョの理論（長い時間スケールの振動）

見延　庄士郎（海洋気候物理学研究室）

今回の内容

- 過去100年間の観測データでは，地球上で最も強い気候変動はエル・ニーニョである（第一回）
- 前回は，エル・ニーニョに大きな振幅をもたらす，ビヤークネス・フィードバックについて学んだ．
- しかしビヤークネス・フィードバックだけでは，エル・ニーニョが第一回で学んだように，３～６年に一度生じることは説明できない．
- 今回はこのエル・ニーニョの準周期性を説明する，二つの理論を学ぶ．
- 一つは1988年に提案された遅延振動子理論であり，もう一つが1997年に提案され今日基本理論となっている充填放出振動子理論である．

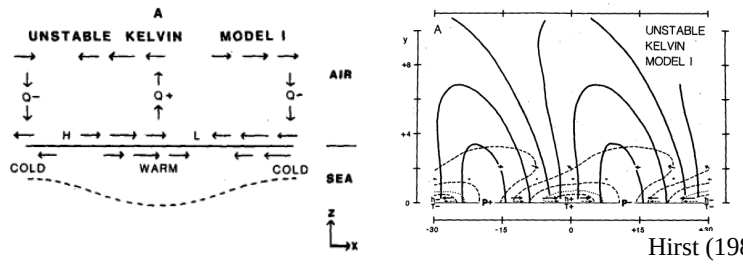
遅延振動子
DELAYED OSCILLATOR

エルニーニョのメカニズムとしては，遅延振動子は充填放出振動子よりも以前に提案され，今日では充填放出振動子がより適切であると考えられている．しかし，遅延振動子理論は，ある現象が遅れて他の現象を引き起こして，それた元の減少に負のフィードバックをかけることで，振動現象が生じるという新しいパラダイムを提案し，その後他の現象のメカニズムを探る際にもそのパラダイムが利用されているという点で重要だ．

遅延振動子理論に向けての発展　1/2

- 数年に一度生じるエル・ニーニョには，２週間程度しか記憶がない大気だけでは説明できず，海洋が重要な働きをしていること，そしてそれが大気と密接に相互作用していることは，容易に推察できた．
- そこでまず，海洋1.5層モデルに海洋表面水温の式を加え，大気の2層傾圧モデル（式は浅水方程式）を，連立させていくつかの準解析解が求められた．
  - 準というのは一部分は数値的に解く必要があるためである．
- その結果，大気と海洋の波動（赤道ケルビン波とロスビー波）が絡み合って，新しく時間的に成長する不安定波動となることが見いだされた．

不安定ケルビン波：海洋の赤道ケルビン波が大気海洋結合で不安定成長する．



Hirst (1985)

遅延振動子理論に向けての発展

- しかし解析的な解では，非線形性を考慮することができないという限界があった．たとえば前回学んだ，微小振幅で正，大振幅で負というフィードバックが働くのは，非線形システムだけである．
- そこで，海洋表面水温に非線形性を含めて，数値計算で解くという研究が1980年代後半になされた．
- そのモデル結果の解釈として， Schopf & Suarez (1988)が遅延振動子理論を提出した．

著者が解釈に使った主要結果

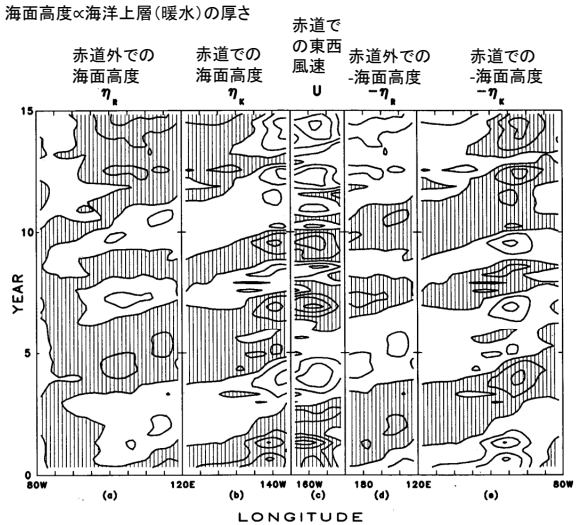
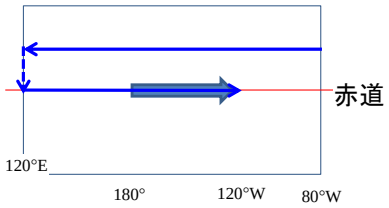


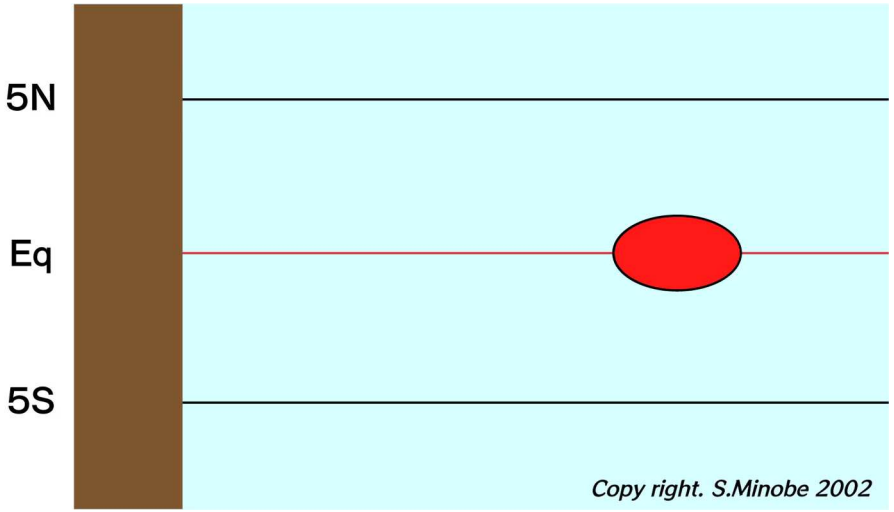
FIG. 10. Time–longitude behavior of the coupled model oscillator. (a) η_R from 80°W (on left) to 120°E (on right). (b) η_K from 120°E to 120°W. (c) Zonal surface wind on equator from 180°W to 125°W. (d) η_R from 160°W (on left) to 120°E. (e) η_K from 120°E to 80°W. In (a)–(c) Positive anomalies are hachured. In (d) and (e) negative anomalies are hachured.

(Schopf & Suarez, 1988, JAS)



- 数値計算の結果の解釈は，「伝播しているように見える！」，というおおざっぱなものであった．

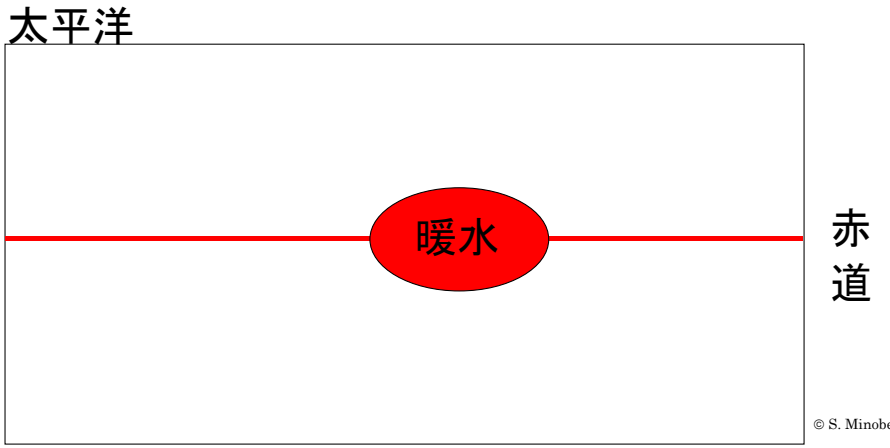
遅延振動子概要：アニメーション



2014年9月，放送大学「はじめての気象学」でも放送

遅延振動子の概要

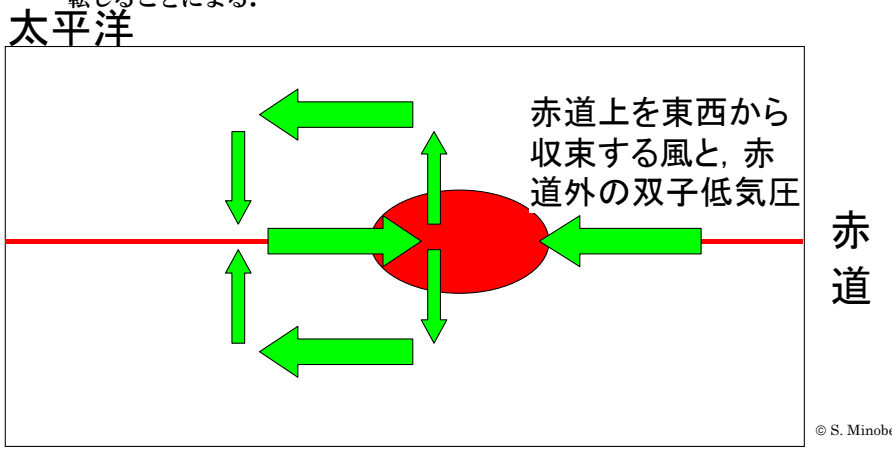
- 補足
  - 暖かい上層が厚い，ロスビー波・ケルビン波をそれぞれ，暖かいロスビー，暖かいケルビンと呼ぶ．
  - 西岸の反射は，西岸境界層に入射したロスビー波が，沿岸ケルビン波となって岸を右に見る方向，すなわち，赤道向きに伝播して，赤道で赤道ケルビン波に転じることによる．



© S. Minobe, 2015

遅延振動子の概要

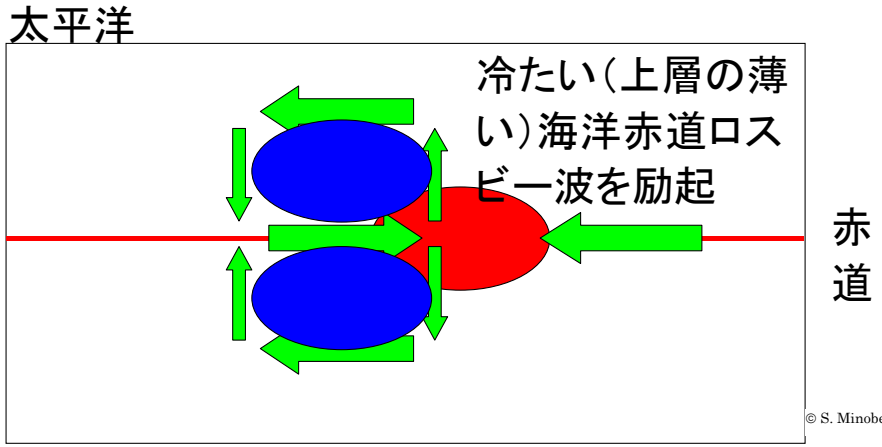
- 補足
  - 暖かい上層が厚い，ロスビー波・ケルビン波をそれぞれ，暖かいロスビー，暖かいケルビンと呼ぶ．
  - 西岸の反射は，西岸境界層に入射したロスビー波が，沿岸ケルビン波となって岸を右に見る方向，すなわち，赤道向きに伝播して，赤道で赤道ケルビン波に転じることによる．



© S. Minobe, 2001

遅延振動子の概要

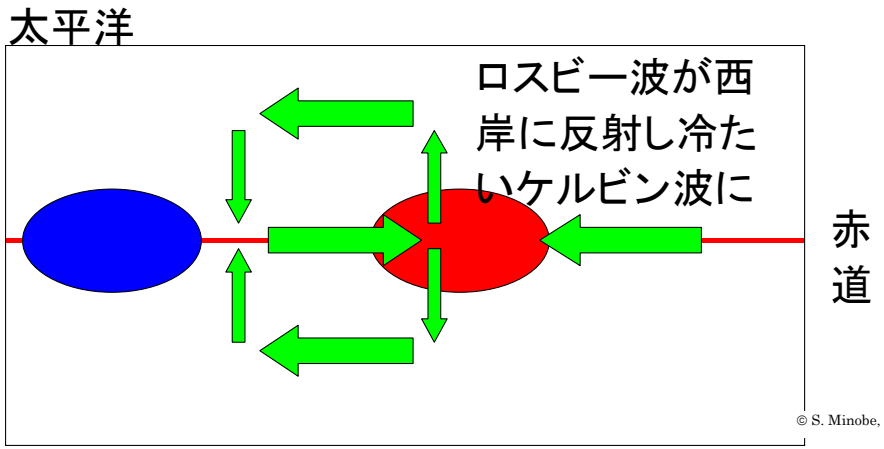
- 補足
  - 暖かい上層が厚い，ロスビー波・ケルビン波をそれぞれ，暖かいロスビー，暖かいケルビンと呼ぶ．
  - 西岸の反射は，西岸境界層に入射したロスビー波が，沿岸ケルビン波となって岸を右に見る方向，すなわち，赤道向きに伝播して，赤道で赤道ケルビン波に転じることによる．



© S. Minobe, 2001

遅延振動子の概要

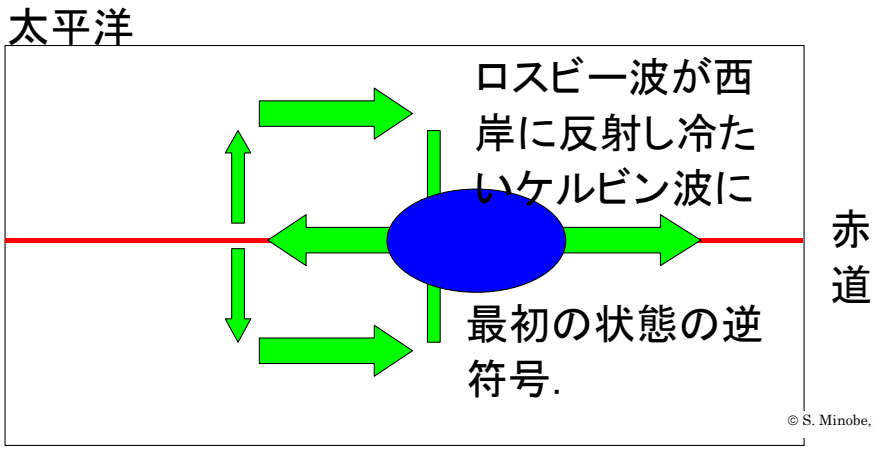
- 補足
  - 暖かい上層が厚い，ロスビー波・ケルビン波をそれぞれ，暖かいロスビー，暖かいケルビンと呼ぶ．
  - 西岸の反射は，西岸境界層に入射したロスビー波が，沿岸ケルビン波となって岸を右に見る方向，すなわち，赤道向きに伝播して，赤道で赤道ケルビン波に転じることによる．



© S. Minobe, 2001

遅延振動子の概要

- 補足
  - 暖かい上層が厚い，ロスビー波・ケルビン波をそれぞれ，暖かいロスビー，暖かいケルビンと呼ぶ．
  - 西岸の反射は，西岸境界層に入射したロスビー波が，沿岸ケルビン波となって岸を右に見る方向，すなわち，赤道向きに伝播して，赤道で赤道ケルビン波に転じることによる．



© S. Minobe, 2001

遅延振動子方程式

係数を簡単にするために，無次元化してある

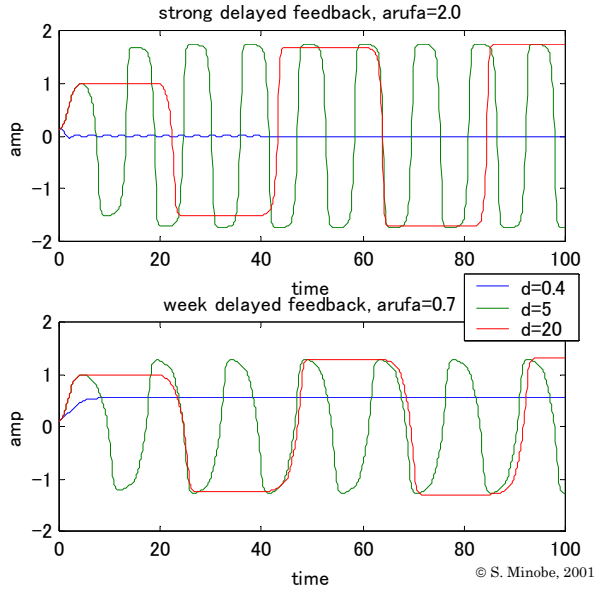
$$dT/dt = \underbrace{T - T^3}_{\text{フィードバック項}} - \underbrace{\alpha T(t-d)}_{\text{フィードバック項}}$$

T: 赤道東太平洋での海洋表面水温偏差
d: 遅延時間
α: 遅延フィードバック強さ（同時フィードバックに比べて）
t: 時間

- Q．この方程式は線形方程式か非線型方程式か？
- A．非線型方程式
- Q．同時フィードバックが正のフィードバックか負のフィードバックかを，必要に応じて場合分けして述べよ．ヒント: $T-T^3=(1-T^2)T$
-

遅延振動

- 振動解の性質
  - 遅延時間が短いと振動せず，ある程度以上長いと振動
  - 周期は遅延時間の約 倍



遅延振動子理論の問題点

- 非常に影響が強かった，遅延振動子理論ではあったが，理論から期待されるエル・ニーニョの周期が短すぎるという欠点があった．
- 遅延時間は，ロスビー波の伝播時間（太平洋を横断するのに約９ヶ月）とケルビン波の伝播時間（３ヶ月）から，その和である １年 程度となる．すると周期が ２年 程度にしかならない．
- またロスビー波とケルビン波が支配的な役割を果たしているという，観測的な証拠も得られなかった．
- これらの問題から，やがてエル・ニーニョの基本理論としての地位は充填放出振動子理論に譲ることとなった．
- しかし，ある時点の大気の状況が，海洋に記憶されて，一定の遅延時間の後に，大気にフィードバックすることで振動現象をもたらすというパラダイムは，その後の様々な気候現象に適用された．

充填･放出振動子 (RECHARGE/ DISCHARGE OSCILLATOR)

準備：複素周波数と減衰・成長振動

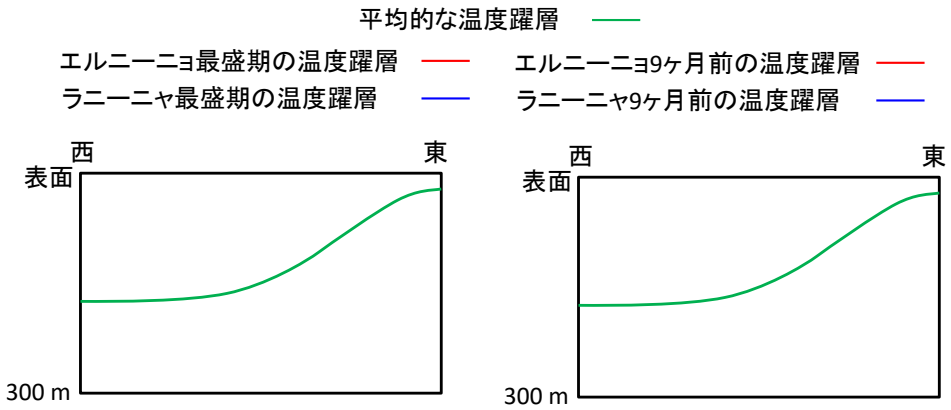
- 減衰や成長が生じる振動現象の式を解くと，多くの場合解は，$e^{-i\omega t}$ の形になる．ωは複素数である．
- そこで，$\omega = \omega_r + i\omega_i$とすると，
- $e^{-i\omega t} = \exp\{-i(\boxed{})t\} = \exp(\boxed{})\exp(\boxed{})$
- となる．したがって，成長率が $\boxed{}$ で，振動の周波数が $\boxed{}$ となる．
- 振動周期 T は， $T = \boxed{}$ である．

充填・放出振動子

- エルニーニョに関する理論は，いろいろ出されたが，現在標準理論とされているのが，ハワイ大のFei-fei Jin(金 飛飛)によって提案された，$\boxed{}$理論である(Jin 1997).
- 充填・放出振動子理論では，赤道からやや離れた緯度 (8N, 8S程度)において，風応力の回転成分が作り出す $\boxed{}$流が，上層の暖水を赤道帯(8S-8N)に充填あるいは放出し，それが大気にフィードバックできる赤道東太平洋での表面水温に，ゆっくりと，時間をかけて効くのだ．

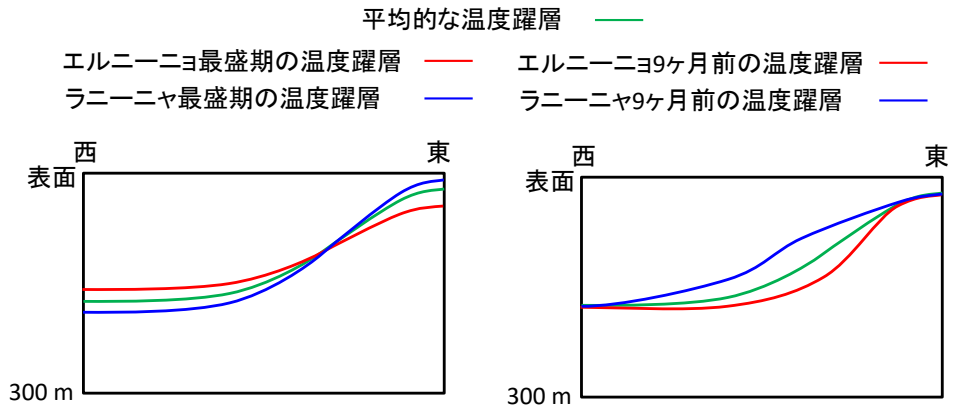
復習問題

- エルニーニョとラニーニャの最盛期，およびそれぞれの９ヶ月前の温度躍層の概形を下に描き込め

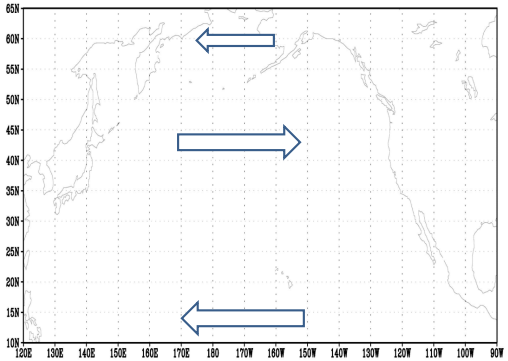


回答

- エルニーニョとラニーニャの最盛期，およびそれぞれの９ヶ月前の温度躍層の概形を下に描き込め



復習問題（第6回）

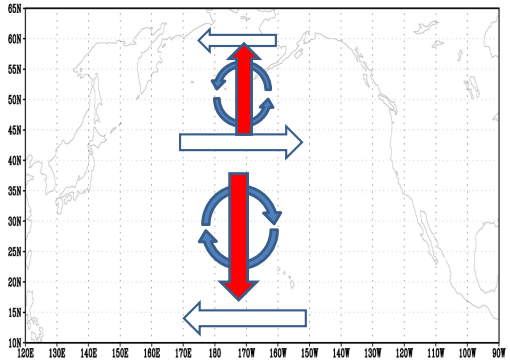


前回同様，左のように風応力が働いている場合に，風応力の回転成分を低気圧性 ⟲ または高気圧性 ⟳ を適宜な場所に描き，そこでのスウェルドラップ流の向きを矢印 ⬆ ⬇ で描きこめ．

- スウェルドラップ流は，

$$\beta V = curl(\vec{\tau}) = \frac{\partial \tau^y}{\partial x} - \frac{\partial \tau^x}{\partial y}.$$

復習問題（第6回）



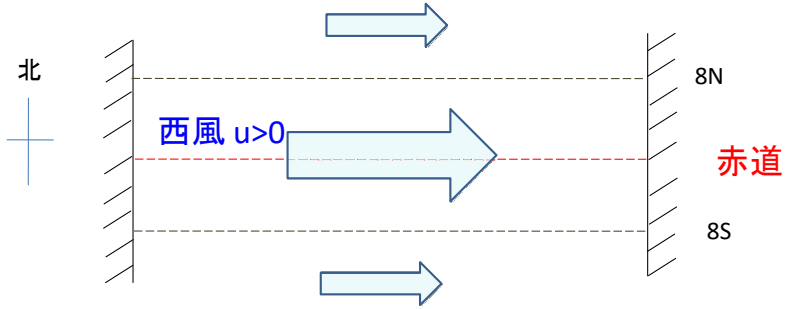
前回同様，左のように風応力が働いている場合に，風応力の回転成分を低気圧性 ⟲ または高気圧性 ⟳ を適宜な場所に描き，そこでのスウェルドラップ流の向きを矢印 ⬆ ⬇ で描きこめ．

- スウェルドラップ流は，

$$\beta V = curl(\vec{\tau}) = \frac{\partial \tau^y}{\partial x} - \frac{\partial \tau^x}{\partial y}.$$

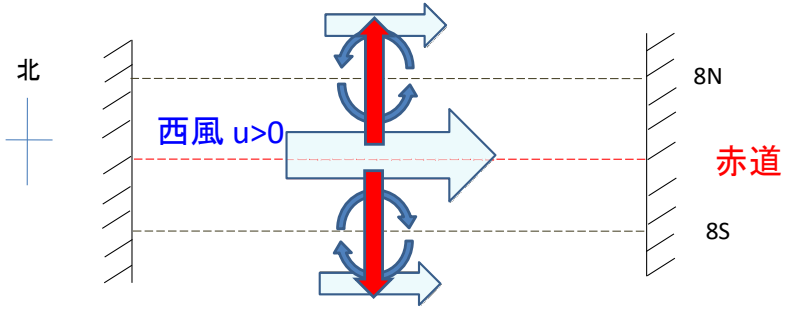
赤道付近のスウェルドラップ流

- 赤道に局在化した，東向きの風応力偏差があるとする．この場合に，風応力の回転成分を低気圧性 ⟲ または高気圧性 ⟳ を，－－－の点線の上に描き（それぞれの緯度で一カ所でOK），そこでのスウェルドラップ流の向きを矢印 ⬆ または ⬇ で描きこめ．
- また，このスウェルドラップ流によって，赤道帯(8S～8N)の上層にある水である暖水は，１）赤道で増加する（充填），２）赤道で減少する（放出）のどちらか．



赤道付近のスウェルドラップ流

- 赤道に局在化した，東向きの風応力偏差があるとする．この場合に，風応力の回転成分を低気圧性 ⟲ または高気圧性 ⟳ を，－－－の点線の上に描き（それぞれの緯度で一カ所でOK），そこでのスウェルドラップ流の向きを矢印 ⬆ または ⬇ で描きこめ．
- また，このスウェルドラップ流によって，赤道帯(8S～8N)の上層にある水である暖水は，１）赤道で増加する（充填），２）赤道で減少する（放出）のどちらか．



充填・放出振動子の概要１

モデルに使われる従属変数

h_E 赤道東太平洋での上層の厚さ

h_W 赤道西太平洋での上層の厚さ

T_E 赤道東太平洋での表面水温

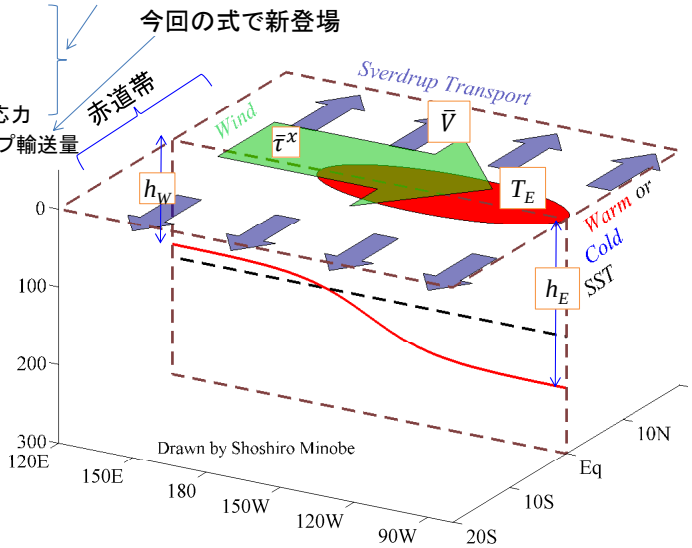
$\bar{\tau}^x$ 赤道での東西平均東向き風応力

$\bar{V}$ 東西平均極向きスウェルドラップ輸送量

ビヤークネス･フィードバックの式でも登場

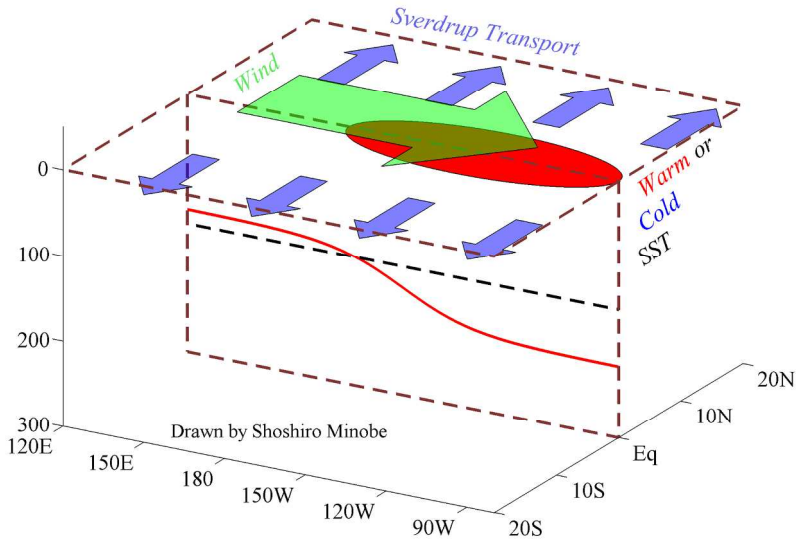
今回の式で新登場

赤道で東向き風応力がある場合には，赤道からやや離れた緯度で北（南）半球での風の回転は［　　］気圧性となって，スウェルドラップ輸送は［　　］向きとなる．



充填・放出振動子の概要２

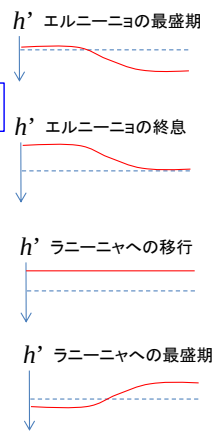
Recharge/Discharge Oscillator (Jin 1997)



2014年9月，放送大学「はじめての気象学」でも放送

充填・放出振動子の概要３：要点

- 東赤道太平洋の［　　］が通常よりも深いと，表面水温が暖まり，エルニーニョになる．
- エルニーニョでは，赤道で［　　］風偏差になる．
- これは赤道外に［　　］の風応力の回転を伴う．風応力の回転は，［　　］向き［　　］輸送を引き起こし，赤道太平洋の暖水を運び出すので，暖水が減る．
- この暖水の赤道外への放出は，赤道東太平洋の温度［　　］深度がゼロになるまで続く．
- 躍層深度偏差がゼロになると，［　　］偏差も 風 の偏差もゼロ になり，躍層偏差はフラットになる．この時すでに赤道太平洋全体では，暖水量偏差は 負 なので，エルニーニョが終わるだけでなく，［　　］になる．



この振動現象を，連立常微分方程式でモデル化しよう．

モデル化の方針

- 従属変数は，25番目のスライドにあるように５つである．
- これを解くためには，５つの方程式が必要である．
- 一方，振動現象を表すには，二つの一階常（時間）微分で十分である．
- したがって，５方程式のうち微分方程式は［　　］つだけで済み，後の３式は微分を含まない方程式でよい．
- 時間微分を使うということは，変数の値そのものが式で与えられるのではなく（例えばu=…），変化率が与えられるということである(du/dt=…)．変化率が重要になるのは，１）赤道での暖水の量と，２）東赤道太平洋での表面水温とする．

材料となる式

以下でa, b, c, r は比例係数（定数）である.

- 東太平洋の海面水温が上昇すると，太平洋上では西風偏差になる.
- 西風偏差は，温度躍層の勾配を変える.
- ~~躍層深度の東西平均は変わらないとする.~~
- 東太平洋の躍層が深くなると，水温が上昇しようとする（h_EがdT_E/dtに影響する）一方，温度偏差を減衰させる効果も考える.
- スウェルドラップの式.
- 暖水量変化の式．暖水量は主に西側の温度躍層の変動で決まることを反映.

$$\bar{\tau}^x = c_1 T_E \quad (1)$$

$$h_E - h_w = c_2 \bar{\tau}^x \quad (2)$$

$$\cancel{h_E + h_w = 0}$$

$$dT_E / dt = c_3 h_E - r_T T_E \quad (3)$$

前回登場

$$\bar{V} = c_4 \bar{\tau}^x \quad (4)$$

赤道の東西風が赤道外の風の回転と比例し，そのためスウェルドラップ流量とも比例する

$$dh_W / dt = -r_h h_W - c_5 \bar{V} \quad (5)$$

赤道向きのスウェルドラップ流が暖水量を増加させる.

まず２式２変数に

- 前のスライドの(1)～(5)式を用いて，以下の２式２変数の式にまず帰着させよ.

$$dT_E / dt = (c_1 c_2 c_3 - r_T) T_E + c_3 h_W \quad (6)$$

$$dh_W / dt = -r_h h_W - c_1 c_4 c_5 T_E \quad (7)$$

(2)→(3) $dT_E / dt =$ ☐

(1)→ $=$ ☐

整理して $=$ ☐

(4)→(5) $dh_W / dt =$ ☐

(1)→ $=$ ☐

理論モデルの方程式系（システム）

- (7)再掲
- (6)再掲

$$dh_W / dt = -r_h h_W - c_1 c_4 c_5 T_E$$

$$dT_E / dt = (c_1 c_2 c_3 - r_T) T_E + c_3 h_W$$

２未知変数の２式

- 簡単のために，$a=c_4c_5$, $b=c_1$, $c=c_3$, $d=c_2$とする

$$dh_W / dt = \underbrace{-r_h h_W}_{ア} - abT_E \quad (8)$$

$$dT_E / dt = (\underbrace{bcd}_{イ} - \underbrace{r_T}_{ウ}) T_E + ch_W \quad (9)$$

下線を引いた項のフィードバックの正負は，アは☐ イは☐ ウは☐ である．また，イは☐ フィードバックを表している.

充填・放出振動子の振動解

- (8) (9)に限らず，線形斉次常微分方程式は，expを仮定すれば解くことができる．なお斉次とは，未知変数を含まない項である外力がない式という意味である．そこで振動解を仮定する.

$$(h_W, T_E)(t) = (\tilde{h}_W, \tilde{T}_E) \exp(-i\omega t)$$

- すると(8)(9)は

(8) → $$-i\omega \tilde{h}_W = -r_h \tilde{h}_W - ab\tilde{T}_E$$

(9) → $$-i\omega \tilde{T}_E = (bcd - r_T)\tilde{T}_E + c\tilde{h}_W$$

- これから $\tilde{h}_W$ か $\tilde{T}_E$を消去して，ωのべき乗で整理すると(最短で5行ほどの計算になるので，ノートにやってみてください）

$$\omega^2 + \boxed{}\,\omega + \boxed{} = 0 \quad (10)$$

充填・放出振動子の性質

- 解の公式を用いて(11)を解くと

こっちは今日は本質的ではなく，
また長い（面倒）ので無視

$$\omega = \boxed{} \pm \sqrt{\ldots\ldots}$$

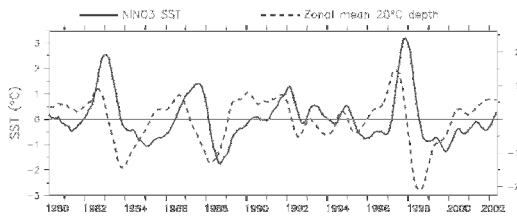
- となる．成長振動解であるための条件は

$$\boxed{}$$

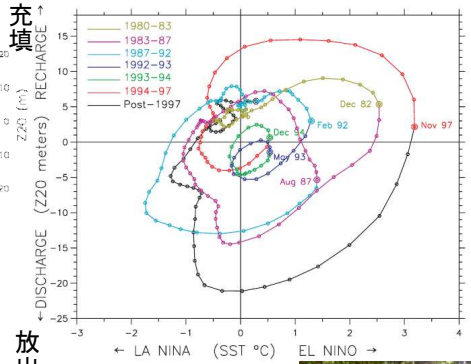
- である．これは正の $\boxed{}$ フィードバックが，システムに作用する負のフィードバックである減衰を上回ることを意味する．
- 補足1：充填・放出振動子は簡単のための線形で表現されているが，成長振動解である場合は，当然無限に成長することはできないので，前回で述べたように非線形の負のフィードバックが現実には働かなくてはならない．
- 補足2：減衰振動解である場合には，充填・放出振動子理論に含まれていない気候ノイズなどがエルニーニョ現象に必要となる．

充填・放出振動子の観測的証拠

- 赤道の暖水の指標となる20C等温度の深さが，エルニーニョの指標であるNino3の表面水温に先行することが判明しており，充填・放出振動子を支持する観測的証拠と考えられている．



7か月移動平均で平滑化．



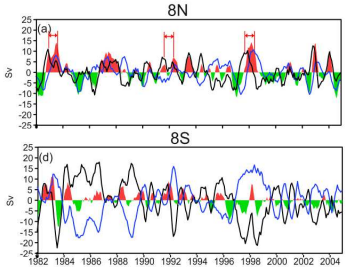
Kessler 2002

- またエル・ニーニョから放出をへて，すぐラ・ニーニョになるのも理論と整合的である．一方，ラ・ニーニャからエル・ニーニョにはなかなか移行せず，この点は理論と合わない．

充填放出振動子の欠点

- 充填放出振動子で重要になるスウェルドラップ流は，海洋内部領域の流れであり，西岸境界流での流れが考慮されていない．
- 西岸境界の流れは一般に扱いがやっかいなので，理論で扱うのではなく数値計算で推定すると，内部領域の流れと西岸境界での流れが大きく打ち消し合い，小さな残差が正味の充填・放出をもたらす輸送量を作っている．

内部領域(—)と西岸領域(—)での南北輸送量およびそれらを合計した正味の南北輸送量( )



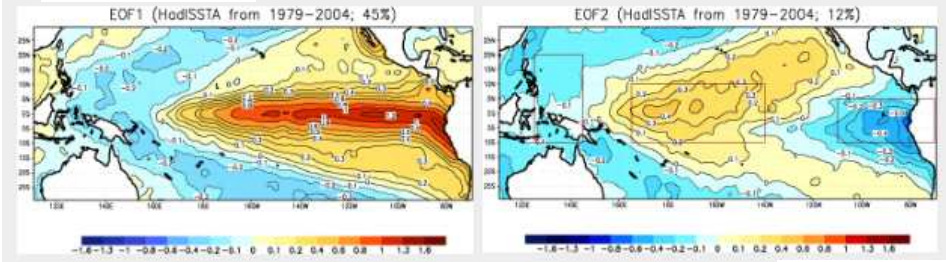
Ishida et al. (2004) 北大OB

- この正味の充填・放出を説明するというチャレンジがなお残っている．

エルニーニョもどき

- 古典的なエルニーニョは東赤道太平洋で水温変化が大きいが，エルニーニョ $\boxed{}$ (英語ではEl Nino Modoki)と呼ばれる，太平洋 $\boxed{}$ 部で水温が上昇するタイプのエルニーニョが最近増加している．

標準的エルニーニョ　　エルニーニョもどき



http://www.jamstec.go.jp/frcgc/research/d1/iod/enmodoki_home_s.html.en 2018/12/17アクセス

- エルニーニョもどきは，$\boxed{}$ で増加することが予想されており，今後重要性を増しそうである．
- なお，充填放出振動子理論はエルニーニョもどきを説明せず，現在もエルニーニョもどきをどのように理論的に説明するかの研究は続いている．

エルニーニョもどきの発見者は，
東大名誉教授・山形　俊男　先生.

インド洋ダイポール現象の発見者でもある.

今でもお元気で，後進の指導に当たられ，またテニスもされています.

第9回のまとめ 1/2

- 最初に大きな影響力をもったエル・ニーニョの理論が，[　　]理論である.
- この理論では，エル・ニーニョに伴う赤道東太平洋での水温上昇が引き起こす風応力偏差が，赤道から少し離れた緯度（3°N/S程度）の，上層の暖水が薄くなる，冷たい[　　]波を励起し，それが西に伝播して西岸に当たって，[　　]波となって赤道に上層偏差を伝え，さらにそれが[　　]波に転じて，赤道を東に進んで，赤道東太平洋の水温を低下させて ラ・ニーニャ に転じさせる.
- この理論では，振動周期はおおむね遅延時間の[　]倍となる.
- 減衰または成長現象の解が $e^{-i\omega t}$ で，$\omega = \omega_r + i\omega_i$ とするなら，振動の周波数が[　]で，成長率が[　]である.

第9回のまとめ 2/2

- 標準的なエルニーニョの理論は，[　　]理論 である.
- この理論で振動を引き起こすのは，赤道からやや離れた（たとえば8°N/S）緯度での風応力の[　　]成分が生じさせる[　　]流が，赤道に暖水を[　　]または[　　]する蓄積効果である.
- すなわち，エル・ニーニョが生じる前に，暖水が赤道に[　　]され，やがてエル・ニーニョが生じると，東赤道太平洋の表面水温の[　　]偏差が，赤道上の[　]風偏差とともに，赤道外に[　]気圧偏差を生じさせ，これが[　]向きのスウェルドラップ 輸送を生じさせる．この輸送が赤道から暖水を[　　]するので，エル・ニーニョが終息して[　　]に転じようとするのである.
- 標準的なエルニーニョは赤道東太平洋で水温変動が大きいが，赤道中央太平洋で水温偏差が大きい，エルニーニョ[　　]が増加しており，温暖化でさらなる増加が予想されている.